МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Физика»

МЕХАНИКА. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА. ЭЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТОЯННЫЙ ТОК

Методические указания
для студентов-заочников

Часть 1

Ростов-на-Дону
2023

УДК 530.1

Составители: А.В. Благин, С.И. Егорова, Т.П. Жданова, Г.Ф. Лемешко, О.А. Лещёва, И.Г. Попова, Н.В. Пруцакова, О.М. Холодова

Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Электростатика. Постоянный ток: методические указания для студентов-заочников. Часть 1. / сост. А.В. Благин, С.И. Егорова, Т.П. Жданова, Г.Ф. Лемешко, О.А. Лещёва, И.Г. Попова, Н.В. Пруцакова, О.М. Холодова. – Ростов-на-Дону: Донской гос. техн. ун-т, 2023. – 58 с.

Цель методических указаний – оказать помощь студентам-заочникам в изучении курса физики в первом семестре.

Включены рабочая программа первого семестра, основные формулы и законы, примеры решения и оформления задач, контрольные задания по разделам «Механика», «Молекулярная физика и термодинамика», «Электростатика» и «Постоянный ток».

УДК 530.1

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Донского государственного технического университета

Ответственный за выпуск зав. кафедрой «Физика»
д-р физ.-мат. наук, профессор А.В. Благин

В печать 23.05.2023 г.
Формат 60×84/16 Объем 3,6 усл. п. л.
Тираж 50 экз. Заказ № 820

Издательский центр ДГТУ
Адрес университета и полиграфического предприятия:
344003, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1.

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ И ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Прежде чем приступить к выполнению контрольных работ, необходимо прочитать общие указания.

1. Физику студенты-заочники изучают в течение 2 семестров.

2. В каждом семестре студент должен представить в деканат одну контрольную работу.

3. Номера задач, которые студент должен включить в свою контрольную работу, определяются по таблице вариантов. Номер варианта соответствует последней цифре из номера зачетной книжки. Например, к варианту 1 относятся задачи: 1.1; 1.11; 2.1; 2.11; 2.21; 2.31; 3.1; 3.11; 3.21; 4.1; 5.1; 6.1; 6.11; 7.1; 7.11.

4. Контрольные работы нужно выполнять чернилами в школьной тетради. **Контрольная работа, выполненная в напечатанном виде, на проверку не принимается.**

5. Условия задач в контрольной работе надо переписать полностью, без сокращений.

6. Вникнув в условие задачи, сделать краткую запись, выразить все данные в СИ и, где это только возможно, дать схематический чертеж, поясняющий содержание задачи.

7. Выявив, какие физические законы лежат в основе данной задачи, решить ее в общем виде.

8. Проверив правильность общего решения, подставить числа в окончательную формулу и указать единицу искомой физической величины, проверив правильность ее размерности.

9. При подстановке в расчетную формулу значения величин представить в виде произведения десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 1250 надо записать $1{,}25 \cdot 10^3$. В таком виде представляется и окончательный ответ задачи. При получении численного ответа нужно обращать внимание на степень точности окончательного результата. Точность ответа не должна превышать точности, с которой даны исходные величины.

10. В тех задачах, где требуется начертить график, необходимо правильно выбрать масштаб и начало координатных осей.

11. В конце контрольной работы студент должен указать, какими учебниками или учебными пособиями пользовался при решении задач (название учебника, автор, год издания).

12. После проверки контрольной работы преподаватель может вернуть её на доработку.

13. Окончательное решение по контрольной работе принимает преподаватель во время устного собеседования со студентом, проводимого до сдачи экзамена.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА КУРСА «ФИЗИКА» ДЛЯ СТУДЕНТОВ-БАКАЛАВРОВ ЗАОЧНОЙ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ

I СЕМЕСТР

Элементы кинематики

Физика в системе естественных наук. Физика и научно-технический прогресс. Общая структура и задачи дисциплины «Физика». Физические величины, их измерение и оценка погрешностей. Физические модели: материальная точка, абсолютно твердое тело. Система отсчета, траектория, путь, перемещение. Поступательное и вращательное движения. Скорость и ускорение. Нормальное и тангенциальное ускорения, полное ускорение.

Угловая скорость и угловое ускорение, их связь с линейной скоростью и тангенциальным ускорением. Типы движения: переменное, равнопеременное, равномерное.

Динамика материальной точки и поступательного движения твёрдого тела

Инерциальные и неинерциальные системы отсчета. I закон Ньютона. Основные динамические характеристики: масса, импульс, сила.

Центр масс. II закон Ньютона – основной закон динамики поступательного движения. III закон Ньютона. Закон Всемирного тяготения. Силы упругости и трения, сила тяжести и вес тела.

Работа и энергия

Работа и мощность. Энергия. Кинетическая, потенциальная и полная механические энергии. Консервативные и диссипативные силы.

Закон сохранения механической энергии. Закон сохранения и превращения энергии. Закон сохранения импульса.

Динамика вращательного движения твёрдого тела

Момент инерции. Теорема Штейнера. Момент силы. Момент импульса. Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела.

Закон сохранения момента импульса. Гироскоп. Гироскопический эффект. Прецессия и нутация гироскопа. Кинетическая энергия и работа при вращательном движении.

Элементы механики жидкостей

Давление. Гидростатическое давление. Законы Паскаля и Архимеда. Уравнение неразрывности. Уравнение Бернулли.

Вязкость жидкостей (внутреннее трение).

Элементы релятивистской механики

Принцип относительности и преобразования Галилея. Постулаты специальной теории относительности (СТО) Эйнштейна. Преобразования Лоренца и следствия из них. Релятивистский закон сложения скоростей. Релятивистский импульс. Основной закон релятивистской динамики. Взаимосвязь массы и энергии.

Молекулярно-кинетическая теория идеального газа

Основные положения МКТ. Модель идеального газа. Законы Бойля-Мариотта, Гей-Люссака, Шарля. Уравнение Клапейрона - Менделеева. Молекула и моль вещества. Молекулярная и молярная массы. Число Авогадро.

Основное уравнение МКТ. Молекулярно-кинетический смысл понятия термодинамической температуры.

Распределение молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла). Характерные скорости молекул. Распределение молекул идеального газа в потенциальном силовом поле (распределение Больцмана). Барометрическая формула.

Среднее число столкновений и средняя длина свободного пробега молекул. Явления переноса: диффузия, внутреннее трение, теплопроводность.

Основы термодинамики

Термодинамический метод изучения общих свойств макроскопических систем. Внутренняя энергия как термодинамическая функция состояния системы. Число степеней свободы молекулы. Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы молекул. Первое начало термодинамики. Работа газа и количество теплоты. Удельная и молярная теплоемкости. Уравнение Майера.

Применение первого начала термодинамики к изопроцессам. Адиабатный процесс.

Тепловые двигатели. Цикл Карно и его КПД. Понятие энтропии. Второе начало термодинамики.

Электростатика

Электрические заряды и их свойства. Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона. Электростатическое поле. Напряженность электростатического поля. Принцип суперпозиции электростатических полей.

Поток вектора напряженности. Теорема Гаусса и ее применение для расчета электростатических полей.

Потенциал и разность потенциалов электростатического поля. Эквипотенциальные поверхности. Связь между напряженностью и потенциалом.

Диполь в электростатическом поле. Поляризация диэлектриков. Диэлектрическая проницаемость вещества. Индукция электрического поля.

Проводники в электростатическом поле. Распределение зарядов на поверхности проводников. Электроемкости уединенного проводника и конденсатора. Параллельное и последовательное соединения конденсаторов. Энергии заряженного проводника и конденсатора. Энергия и плотность энергии электростатического поля.

Постоянный электрический ток

Сила и плотность тока. Сторонние силы. Электродвижущая сила и напряжение. Закон Ома. Сопротивление проводников. Последовательное и параллельное соединение проводников. Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца. Правила Кирхгофа для разветвленных цепей.

№ вар	НОМЕРА ЗАДАЧ														
1	1.1	1.11	2.1	2.11	2.21	2.31	3.1	3.11	3.21	4.1	5.1	6.1	6.11	7.1	7.11
2	1.2	1.12	2.2	2.12	2.22	2.32	3.2	3.12	3.22	4.2	5.2	6.2	6.12	7.2	7.12
3	1.3	1.13	2.3	2.13	2.23	2.33	3.3	3.13	3.23	4.3	5.3	6.3	6.13	7.3	7.13
4	1.4	1.14	2.4	2.14	2.24	2.34	3.4	3.14	3.24	4.4	5.4	6.4	6.14	7.4	7.14
5	1.5	1.15	2.5	2.15	2.25	2.35	3.5	3.15	3.25	4.5	5.5	6.5	6.15	7.5	7.15
6	1.6	1.16	2.6	2.16	2.26	2.36	3.6	3.16	3.26	4.6	5.6	6.6	6.16	7.6	7.16
7	1.7	1.17	2.7	2.17	2.27	2.37	3.7	3.17	3.27	4.7	5.7	6.7	6.17	7.7	7.17
8	1.8	1.18	2.8	2.18	2.28	2.38	3.8	3.18	3.28	4.8	5.8	6.8	6.18	7.8	7.18
9	1.9	1.19	2.9	2.19	2.29	2.39	3.9	3.19	3.29	4.9	5.9	6.9	6.19	7.9	7.19
0	1.10	1.20	2.10	2.20	2.30	2.40	3.10	3.20	3.30	4.10	5.10	6.10	6.20	7.10	7.20

1. Элементы кинематики

Основные формулы

- Средняя и мгновенная скорости материальной точки:

$$<\vec{\upsilon}> = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}, \qquad \vec{\upsilon} = \frac{d\vec{r}}{dt},$$

где $\Delta\vec{r}$ - перемещение точки за время Δt, $\vec{r}$- радиус-вектор, определяющий положение точки.

- Для прямолинейного равномерного движения ($\vec{\upsilon} = const$):

$$\upsilon = \frac{S}{t},$$

где S – путь, пройденный точкой за время t.

- Среднее и мгновенное ускорения материальной точки:

$$<\vec{a}> = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}, \qquad \vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt}.$$

- Полное ускорение при криволинейном движении:

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n, \qquad a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2},$$

где $a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}$- тангенциальная составляющая ускорения, направленная по касательной к траектории; $a_n = \frac{\upsilon^2}{R}$- нормальная составляющая ускорения, направленная к центру кривизны траектории (R - радиус кривизны траектории в данной точке).

- Путь и скорость для равнопеременного движения материальной точки ($\vec{a} = const$):

$$S = \upsilon_0 t \pm \frac{at^2}{2}; \qquad \upsilon = \upsilon_0 \pm at,$$

где υ_0- начальная скорость, «+» соответствует равноускоренному движению, «-» - равнозамедленному.

- Угловая скорость: $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$.
- Угловое ускорение: $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$.
- Угловая скорость для равномерного вращательного движения твердого тела: $\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu,$

где φ- угол поворота тела, T – период вращения; $\nu = \frac{N}{t}$ - частота вращения (N – число оборотов, совершаемых телом за время t).

- Угол поворота и угловая скорость для равнопеременного вращательного движения твердого тела ($\vec{\varepsilon} = const$):

$$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}; \qquad \omega = \omega_0 \pm \varepsilon t,$$

где ω_0 - начальная угловая скорость, «+» соответствует равноускоренному вращению, «-» - равнозамедленному.

- Связь между линейными и угловыми величинами:

$S = R\varphi$; $\upsilon = R\omega$; $a_\tau = R\varepsilon$; $a_n = \omega^2 R$,

где R – расстояние от точки до мгновенной оси вращения.

Примеры решения задач

Задача 1. Зависимость пройденного телом пути S от времени t выражается уравнением $S = At - Bt^2 + Ct^3$ (A = 2 м/с, B = 3 м/с^2, C = 5 м/с^3). Запишите выражения для скорости и ускорения. Определите для момента времени $t = 2\,c$ после начала движения пройденный путь, скорость и ускорение.

Дано:

$S = At - Bt^2 + Ct^3$;

$A = 2\,\frac{м}{c}$;

$B = 3\,\frac{м}{c^2}$;

$C = 5\,\frac{м}{c^3}$;

$t = 2\,c$.

$\upsilon(t) - ?$ $a(t) - ?$

$\upsilon - ?$ $a - ?$ $S - ?$

Решение:

Для определения зависимости скорости движения тела от времени определяем первую производную от пути по времени:

$$\upsilon = \dot{S} = A - 2Bt + 3Ct^2,$$

или после подстановки

$$\upsilon = (2 - 6t + 15t^2) = (2 - 12 + 15\cdot 2^2) = 50\ (м/с).$$

Для определения зависимости ускорения движения тела от времени определяем первую производную от скорости по времени:

$$a = \dot{\upsilon} = -2B + 6Ct,$$

или после подстановки

$$a = (-6 + 30\,t) = (-6 + 30\cdot 2) = 54\ (м/с^2).$$

Пройденный путь определяется как разность

$$S = S(2) - S(0) = 2\cdot 2 - 3\cdot 2^2 + 5\cdot 2^3 = 32\ (м).$$

Ответ: $\upsilon = 50$ м/с; $a = 54$ м/с^2; $S = 32\,м$.

Задача 2. Тело брошено со скоростью $\upsilon_0 = 15\,м/с$ под углом $\alpha = 30^0$ к горизонту. Принимая тело за материальную точку, определите нормальное a_n и тангенциальное a_τ ускорение тела через 1,2 с после начала движения.

Дано:

$\upsilon_0 = 15\,м/с$;

$\alpha = 30^0$;

$t = 1{,}2\,c$;

$g = 10\,м/c^2$.

$a_n - ?$

$a_\tau - ?$

Решение

Построим чертеж и определим проекции скорости $\bar{\upsilon}_0$ в начальный момент времени:

$$\upsilon_{0x} = \upsilon_0 \cos\alpha, \quad \upsilon_{0y} = \upsilon_0 \sin\alpha.$$

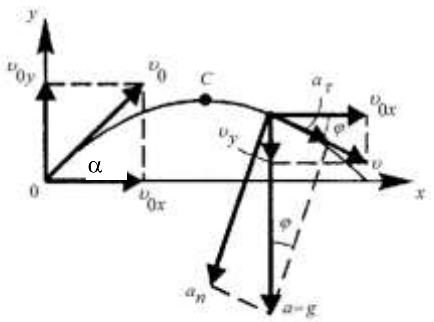

Рис.1.1

Проекция υ_x в процессе движения точки остается постоянной по величине и направлению.

Проекция υ_y на ось $0y$ изменяется. В точке С (рис 1.1) скорость направлена горизонтально, т.е. $\upsilon_y = 0$. Это означает, что $\upsilon_y = \upsilon_{0y} - gt' = 0$, где $t' = \frac{\upsilon_{0y}}{g} = \frac{\upsilon_0 \cdot \sin\alpha}{g}$ - время, в течение которого материальная точка поднимается до максимальной высоты, или после подстановки $t' = \frac{15 \cdot 0{,}5}{9{,}8} = 0{,}76\,c$.

К моменту времени 1,2 с тело будет находиться на спуске. Полное ускорение в процессе движения направлено вертикально вниз и равно ускорению свободного падения g. Нормальное ускорение равно проекции ускорения свободного падения на направление радиуса кривизны, а тангенциальное ускорение - проекции ускорения свободного падения на направление скорости движения (см. рис.1.1).

Из треугольников скоростей и ускорений имеем: $\cos\varphi = \frac{\upsilon_x}{\upsilon} = \frac{a_n}{g}$, $\sin\varphi = \frac{\upsilon_y}{\upsilon} = \frac{a_\tau}{g}$,

откуда $a_n = \frac{\upsilon_x}{\upsilon} g$, $a_\tau = \frac{\upsilon_y}{\upsilon} g$,

где $\upsilon = \sqrt{\upsilon_x{}^2 + (g \cdot t_1)^2}$ - скорость в момент времени $t_1 = t - t' = 1{,}2 - 0{,}76 = 0{,}44c.$

После подстановки получаем:

$$a_n = \frac{\upsilon_0 \cdot \cos\alpha}{\sqrt{(\upsilon_0 \cdot \cos\alpha)^2 + (g \cdot t_1)^2}} \cdot g = \frac{15\,м/c^2 \cdot 0{,}866}{\sqrt{(15\,м/c^2 \cdot 0{,}866)^2 + (9{,}8\,м/c^2 \cdot 0{,}44c)^2}} 9{,}8 \frac{м}{c^2},$$

$$a_n = 9{,}28\,м/c^2.$$

$$a_\tau = \frac{\upsilon_0 \cdot \sin\alpha}{\sqrt{(\upsilon_0 \cdot \cos\alpha)^2 + (g \cdot t_1)^2}} \cdot g = \frac{15\,м/c^2 \cdot 0{,}5}{\sqrt{(15\,м/c^2 \cdot 0{,}866)^2 + (9{,}8\,м/c^2 \cdot 0{,}44c)^2}} 9{,}8 \frac{м}{c^2},$$

$$a_\tau = 5{,}36\,м/c^2.$$

Ответ: $a_n = 9{,}28\,м/c^2$, $a_\tau = 5{,}36\,м/c^2$.

Задача 3. Колесо автомобиля вращается равнозамедленно. За время 2 мин оно изменило частоту вращения от 240 до 60 мин$^{-1}$. Определите: 1) угловое ускорение колеса; 2) число полных оборотов, сделанных колесом за это время.

Дано:	***Решение:***
$t = 2\,мин = 120\,с;$ $\nu_0 = 240\,мин^{-1} = 4\,с^{-1};$ $\nu = 60\,мин^{-1} = 1с^{-1}.$	Запишем формулы для угла поворота и угловой скорости при равнозамедленном вращении: $\varphi = \omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2},$ (1) $\omega = \omega_0 - \varepsilon t,$ (2)
$\varepsilon - ?\quad N - ?$	

где $\omega_0 = 2\pi\nu_0,\quad \omega = 2\pi\nu$ - угловые скорости в начальный и конечный моменты времени соответственно.

Из уравнения (2) получаем:

$$\varepsilon = \frac{2\pi(\nu_0 - \nu)}{t} = \frac{2\cdot 3{,}14\,рад(4с^{-1} - 1с^{-1})}{120\,с} = 0{,}157\,рад/с^2.$$

Угол поворота $\varphi = 2\pi N$. Поэтому выражение (1) можно записать так:

$$2\pi N = 2\pi\nu_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2} = 2\pi\nu_0 t - \pi(\nu_0 - \nu_1)t.$$

Отсюда: $N = \nu_0 t - \frac{(\nu_0 - \nu)t}{2} = 4с^{-1}120с - \frac{(4с^{-1} - 1с^{-1})120с}{2} = 300.$

Ответ: $\varepsilon = 0{,}157\ рад/с^2$; $N = 300$.

Задача 4. Точка движется по окружности радиусом $R = 0{,}1\,м$ так, что зависимость угла поворота радиуса от времени дается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где $B = 2\,рад/с$, $C = 1рад/с^3$. Определите к концу второй секунды вращения: а) угловую скорость; б) линейную скорость; в) угловое ускорение; г) нормальное ускорение; д) тангенциальное ускорение.

Дано:	***Решение:***
$R = 0{,}1\,м;$ $\varphi = A + Bt + Ct^3;$ $B = 2\,рад/с;$ $C = 1рад/с^3;$ $t = 2\,с.$	Зависимость угловой скорости от времени определяем, взяв первую производную от угла поворота по времени, т.е. $\omega = \dot{\varphi} = B + 3Ct^2.$ Для момента времени $t = 2\,с$ $\omega = 2\,рад/с + 3\cdot 1\,рад/с^3\cdot 4\,с^2$, $\omega = 14\,рад/с.$
$\omega - ?\quad \upsilon - ?$ $\varepsilon - ?\quad a_n - ?$ $a_\tau - ?$	Линейная скорость точки $\upsilon = \omega\cdot R$, или после подстановки $\upsilon = 1{,}4\,м/с.$

Зависимость углового ускорения точки от времени определится первой производной от угловой скорости по времени, т.е. $\varepsilon = \dot{\omega} = 6Ct$.

Для момента времени $t = 2c$ $\varepsilon = 6 \cdot 1 \cdot 2 = 12\,рад/c^2$. Нормальное и тангенциальное ускорения определяются по формулам соответственно:

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{1{,}4^2}{0{,}1} = 19{,}6\,(м/c^2) \quad \text{и} \quad a_\tau = \varepsilon \cdot R = 12 \cdot 0{,}1 = 1{,}2\,м/c^2.$$

Ответ: $\omega = 14\,рад/c$; $\upsilon = 1{,}4\,м/c$; $\varepsilon = 12\,рад/c^2$;

$a_n = 19{,}6\,м/c^2$; $a_\tau = 1{,}2\,м/c^2$.

Контрольные задания

1.1. Тело падает вертикально с высоты 19,6 м с нулевой начальной скоростью. Какой путь пройдет тело: 1) за первую 0,1 с своего движения, 2) за последнюю 0,1 с своего движения? Считать $g = 9{,}8 м/c^2$. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.2. Тело падает вертикально с высоты 19,6 м с нулевой начальной скоростью. За какое время тело пройдет: 1) первый 1 м своего пути, 2) последний 1 м своего пути? Считать $g = 9{,}8 м/c^2$. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.3. С башни в горизонтальном направлении брошено тело с начальной скоростью 10 м/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определите для момента времени t = 2 с после начала движения: 1) скорость тела; 2) радиус кривизны траектории. Считать $g = 9{,}8 м/c^2$.

1.4. Камень брошен горизонтально со скоростью 5м/с. Определите нормальное и тангенциальное ускорения камня через 1 с после начала движения. Считать $g = 9{,}8 м/c^2$**.** Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.5. Материальная точка начинает двигаться по окружности радиусом r = 2,5 см с постоянным тангенциальным ускорением a_τ = 0,5 см/с^2. Определите: 1) момент времени, при котором вектор ускорения $\vec{a}$ образует с вектором скорости $\vec{\upsilon}$ угол 45°; 2) путь, пройденный за это время движущейся точкой.

1.6. Зависимость пройденного телом пути от времени задаётся уравнением $s = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где A=0,1м, B=0,1м/с, C=0,14м/с^2, D=0,01м/с^3. 1) Через сколько времени после начала движения ускорение тела будет равно 1м/с^2? 2) Чему равно среднее ускорение тела за этот промежуток времени?

1.7. Зависимость пройденного телом пути от времени задаётся уравнением $s = A - Bt + Ct^2$, где A=5м, B=4м/с, C=1м/с^2. Запишите выражения для скорости и ускорения. Определите для момента времени $t = 3c$ после начала движения пройденный путь, скорость и ускорение.

1.8. Зависимость пройденного телом пути s от времени t выражается уравнением $s = A - Bt^2 + Ct^3$ (A = 2 м/с, B = 3 м/с^2, C = 4 м/с^3). Запишите выражения для скорости и ускорения. Определите для момента времени $t = 2c$ после начала движения пройденный путь, скорость и ускорение.

1.9. Нормальное ускорение точки, движущейся по окружности радиусом $r = 4м$, задается уравнением $a_n = At^2$, где A = 4 м/с^4. Определите: 1) тангенциальное ускорение точки; 2) путь, пройденный точкой за время t_1 = 5 с после начала движения; 3) полное ускорение для момента времени t_2 = 1 с.

1.10. Кинематические уравнения движения двух материальных точек имеют вид $x_1 = A_1 + B_1t + C_1t^2$ и $x_2 = A_2 + B_2t + C_2t^2$, где $B_1 = B_2$, $C_1 = -2м/c^2$, $C_2 = 1м/c^2$. Определите: 1) момент времени, для которого скорости этих точек будут равны; 2) ускорения a_1 и a_2 для этого момента.

1.11. Диск радиусом 10 см вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ (B = 1 рад/с, C = 1 рад/с^2, D = 1 рад/с^3). Определите для точек на ободе диска к концу второй секунды после начала движения тангенциальное, нормальное и полное ускорения.

1.12. Диск вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением $\varphi = At^2$ (A=0,5 рад/с^2). Определите к концу второй секунды после начала движения: 1) угловую скорость диска; 2) угловое ускорение диска; 3) для точки, находящейся на расстоянии 80 см от оси вращения, тангенциальное, нормальное и полное ускорения.

1.13. Диск вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением $\varphi = At^2$(A=0,1рад/с^2). Определите полное ускорение точки на ободе диска к концу второй секунды после начала движения, если в этот момент линейная скорость этой точки 0,4 м/с.

1.14. Диск радиусом 0,2 м вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угловой скорости от времени задается уравнением $\omega = 5At^2$, где $A = 1рад/c^3$. Определите для точек на ободе диска к концу первой секунды после начала движения полное ускорение и число оборотов, сделанных диском за первую минуту движения.

1.15. Диск радиусом 10 см вращается так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением $\varphi = A + Bt^3$ (A = 2 рад, B = 4 рад/с^3). Определите для точек на ободе колеса: 1) нормальное ускорение в момент времени 2 с; 2) тангенциальное ускорение для этого же момента; 3) угол поворота, при котором полное ускорение составляет с радиусом колеса 45°.

1.16. Якорь электродвигателя, имеющий частоту вращения 50 с$^{-1}$, после выключения тока, сделав 628 оборотов, остановился. Определите угловое ускорение якоря.

1.17. Колесо автомобиля вращается равноускоренно. За время 2 мин оно изменило частоту вращения от 60 до 240 мин$^{-1}$. Определите: 1) угловое ускорение колеса; 2) число полных оборотов, сделанных колесом за это время.

1.18. Колесо, вращаясь равноускоренно, достигло угловой скорости 20 рад/с через 10 оборотов после начала вращения. Найдите угловое ускорение колеса.

1.19. Колесо спустя 1 мин после начала вращения приобретает скорость, соответствующую частоте 720 об/мин. Найдите угловое ускорение колеса и число оборотов, сделанных колесом за эту минуту. Движение считать равноускоренным.

1.20. Колесо, вращаясь равнозамедленно, при торможении уменьшило частоту вращения за 1 мин с 300 об/мин до 180 об/мин. Найдите угловое ускорение колеса и число оборотов, сделанных за это время.

2. Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела

Основные формулы

• Импульс материальной точки: $\vec{P} = m\vec{\upsilon}$,

где m -масса материальной точки, $\vec{\upsilon}$ - скорость движения.

• Второй закон Ньютона (основное уравнение динамики материальной точки):

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d\vec{P}}{dt}.$$

• Это же уравнение в проекциях на касательную и нормаль к траектории движения точки: $F_\tau = ma_\tau = m\dfrac{d\upsilon}{dt}$; $F_n = ma_n = \dfrac{m\upsilon^2}{R} = m\omega^2 R$,

где $a_\tau = \dfrac{d\upsilon}{dt}$ – тангенциальное (касательное) ускорение,

$a_n = \dfrac{\upsilon^2}{R} = \omega^2 R$ – нормальное (центростремительное) ускорение.

• Сила трения скольжения: $F_{тр} = \mu N$,

где μ – коэффициент трения скольжения; N – сила нормального давления.

• Сила упругости: $F = -kx$,

где x - величина деформации; k - коэффициент жесткости.

• Сила гравитационного притяжения двух материальных точек: $F = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$,

где $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\, м^3/(кг \cdot с^2)$ – гравитационная постоянная, m_1 и m_2 – массы взаимодействующих точек, r – расстояние между точками.

- Закон сохранения импульса для замкнутой системы: $\vec{P} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{\upsilon}_i = const$,

где n - число материальных точек (или тел), входящих в систему.

- Работа, совершаемая телом
  $dA = F_s ds = Fds\cos\alpha$,

где F_s — проекция силы на направление перемещения; α — угол между направлениями силы и перемещения.

- Работа, совершаемая переменной силой, на пути s: $A = \int_s F_s ds = \int_s F\cos\alpha\, ds$

- Средняя мощность за промежуток времени Δt: $\langle N \rangle = \frac{\Delta A}{\Delta t}$,

где ΔA – работа за промежуток времени Δt.

- Мгновенная мощность: $N = \frac{dA}{dt}$, или $N = \vec{F}\vec{\upsilon} = F_s\upsilon = F\upsilon\cos\alpha$.
- Кинетическая энергия движущегося со скоростью υ тела массой m: $E_K = \frac{m\upsilon^2}{2}$.
- Потенциальная энергия тела массой m, поднятого над поверхностью земли на высоту h: $E_П = mgh$,

где g – ускорение свободного падения.

- Потенциальная энергия упруго деформированного тела: $E_П = \frac{kx^2}{2}$.
- Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия: $E_П = -G\frac{m_1 m_2}{r}$.
- Закон сохранения механической энергии (для консервативной системы): $E_K + E_П = E = const$.

Примеры решения задач

Задача 1. На шнуре, перекинутом через неподвижный блок, подвешены грузы массами m_1 и $m_2 (m_1 > m_2)$. Считаем нить и блок невесомыми и пренебрегаем трением в блоке. С каким ускорением движутся грузы? Какова сила натяжения шнура во время движения?

Дано: *Решение:*

m_1, m_2; ($m_1 > m_2$).	Делаем рисунок, расставляем силы, действующие на каждое тело:
$a - ?$ $T - ?$	

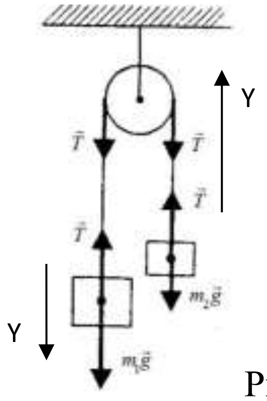

Рис.2.1

Записываем второй закон Ньютона для каждого тела в векторной форме:

$$\begin{cases} m_1\vec{a} = m_1\vec{g} + \vec{T} \\ m_2\vec{a} = m_2\vec{g} + \vec{T} \end{cases}$$

Поскольку $m_1 > m_2$, считаем, что тело массой m_1 движется вниз, а тело массой m_2- вверх. Ось Y совпадает с направлением ускорения. Записываем второй закон Ньютона для каждого тела в проекции на направление оси Y:

$$\begin{cases} m_1 a = m_1 g - T \\ m_2 a = T - m_2 g \end{cases}$$

Складывая почленно эти уравнения, получаем:

$$(m_1 + m_2)a = (m_1 - m_2)g \quad \Rightarrow \quad a = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2}.$$

Подставляя это выражение в одно из уравнений системы, получаем выражение для силы натяжения: $T = \dfrac{2m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}$.

Задача 2. В установке (см. рис.2.2) угол наклонной плоскости с горизонтом $\alpha = 30^0$, массы тел $m_1 = 150\,г$ и $m_2 = 200\,г$. Считая нить и блок невесомыми, определите ускорение, с которым движутся тела, и силу натяжения нити, если тело m_2 опускается. Коэффициент трения тела m_1 о плоскость равен 0,1.

Дано: ***Решение:***

$m_1 = 150\,г$;
$m_2 = 200\,г$;
$\alpha = 30^0$;
$\mu = 0{,}1$.

$a - ?\ \ T - ?$

Делаем рисунок, расставляем силы, действующие на каждое тело

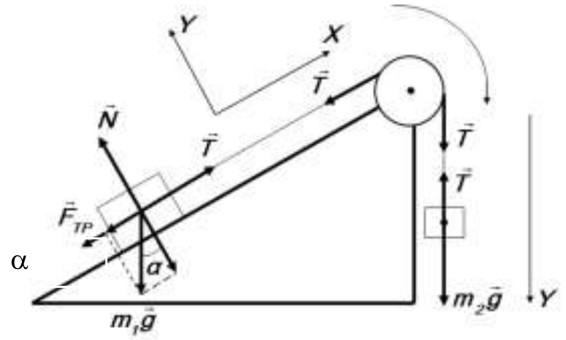

Рис.2.2

Записываем второй закон Ньютона для каждого тела в векторной форме:

$$\begin{cases} m_1\vec{a} = m_1\vec{g} + \vec{T} + \vec{N} + \vec{F}_{ТР.} \\ m_2\vec{a} = m_2\vec{g} + \vec{T}. \end{cases}$$

Для каждого тела устанавливаем оси координат и записываем второй закон Ньютона для каждого тела в проекциях на направления $0X$ и $0Y$:

$$1)\begin{cases} OX:\ m_1 a = T - m_1 g\sin\alpha - F_{TP.}; \\ OY:\ N = mg\cos\alpha\ . \end{cases} \qquad 2)\ OY:\ m_2 a = m_2 g - T.$$

Учитывая, что $F_{TP.} = \mu \cdot N = \mu \cdot mg\cos\alpha$, получаем систему:

$$\begin{cases} m_1 a = T - m_1 g\sin\alpha - \mu \cdot m_1 g\cos\alpha \\ m_2 a = m_2 g - T. \end{cases}$$

Складываем почленно эти уравнения:

$$(m_1 + m_2)a = (m_2 - m_1\sin\alpha - \mu \cdot m_1\cos\alpha)g.$$

Отсюда получаем выражение для ускорения:

$$a = \frac{(m_2 - m_1\sin\alpha - \mu \cdot m_1\cos\alpha)g}{m_1 + m_2}.$$

Подставляем числа: $a = \dfrac{(0{,}2 - 0{,}15\sin 30^o - 0{,}1 \cdot 0{,}15\cos 30^o)10}{0{,}15 + 0{,}2} = 0{,}4(м/c^2)$.

Из уравнения 2) выражаем силу натяжения: $T = m_2 g - m_2 a$.

Подставляем числа: $T = 0{,}2\,кг(10 - 0{,}4)м/c^2 = 1{,}92\,H$.

Ответ: $a = 0{,}4\,м/c^2$; $T = 1{,}92\,H$.

Задача 3. Движущееся тело массой m_1 ударяется о неподвижное тело массой m_2. Считая удар упругим и центральным, определите, какую часть своей первоначальной кинетической энергии первое тело передает второму при ударе. Задачу решите сначала в общем виде, а затем рассмотрите случаи: 1) $m_1 = m_2$; 2) $m_1 = 9m_2$.

Дано:	***Решение:***
$m_1, m_2,\ \upsilon_1$, $\upsilon_2 = 0$; 1) $m_1 = m_2$; 2) $m_1 = 9m_2$.	Пусть скорость первого тела до удара υ_1. Скорость второго тела до удара $\upsilon_2 = 0$. Кинетическая энергия первого тела до удара $E_{K1} = \frac{m_1 \cdot \upsilon_1^2}{2}$. Предположим, что скорость второго тела после удара равна u_2. Тогда кинетическая энергия второго тела после удара $E'_{K2} = \frac{m_2 \cdot u_2^2}{2}$, а отношение энергий
$\frac{E'_{K2}}{E_{K1}}$ - ?	

$$\frac{E'_{K2}}{E_{K1}} = \frac{m_2 \cdot u_2^2}{m_1 \cdot \upsilon_1^2}. \qquad (1)$$

Для определения скорости второго тела после удара запишем закон сохранения импульса в проекции на направление движения и закон сохранения механической энергии, полагая, что система тел замкнута и в ней действуют только консервативные силы.

$$\left.\begin{aligned} m_1 \cdot \upsilon_1 &= m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2 \\ \frac{m_1 \cdot \upsilon_1^2}{2} &= \frac{m_1 \cdot u_1^2}{2} + \frac{m_2 \cdot u_2^2}{2} \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Преобразуем систему (2) к виду

$$\left.\begin{aligned} m_1 \cdot \upsilon_1 - m_1 \cdot u_1 &= m_2 \cdot u_2 \\ m_1 \cdot \upsilon_1^2 - m_1 \cdot u_1^2 &= m_2 \cdot u_2^2 \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Разделив одно на другое выражения системы (3), получим $u_1 = u_2 - \upsilon_1$, а после подстановки скорости u_1 в первую формулу системы (3) получим

$$u_2 = \frac{2m_1 \cdot \upsilon_1}{m_1 + m_2}. \qquad (4)$$

Отношение энергий (1) приобретает вид

$$\frac{E'_{K2}}{E_{K1}} = \frac{4m_1 \cdot m_2}{(m_1 + m_2)^2}.$$

1) Если $m_1 = m_2$, то $\frac{E'_{K2}}{E_{K1}} = 1$. При равенстве масс первое тело полностью отдает энергию второму, т.е. первое тело остановится, а второе начнет двигаться со скоростью первого тела.

2) Если $m_1 = 9m_2$, то $\frac{E'_{K2}}{E_{K1}} = \frac{4 \cdot 9\, m_2 \cdot m_2}{100\, m_2^2} = 0{,}36$.

Ответ: 1) $\frac{E'_{K2}}{E_{K1}} = 1$; 2) $\frac{E'_{K2}}{E_{K1}} = 0{,}36$.

Контрольные задания

2.1. Через неподвижный блок переброшена нить, на концах которой висят грузы с равными массами по 245 г каждый. С каким ускорением будут двигаться грузы, если на один из них положить груз 10 г? Определите натяжение нити и время, за которое один из грузов пройдет путь 1,6 м.

2.2. На нити, перекинутой через неподвижный блок, подвешены грузы массами 0,3 и 0,34 кг. За 2 с после начала движения каждый груз прошёл путь 1,2 м. По данным опыта найдите ускорение свободного падения.

2.3. Грузы одинаковой массы ($m_1 = m_2 = 0,5$ кг) соединены нитью и перекинуты через невесомый блок, укрепленный на конце стола (рис. 2.3). Коэффициент трения груза m_2 о стол 0,15. Пренебрегая трением в блоке, определите: 1) ускорение, с которым движутся грузы; 2) силу натяжения нити.

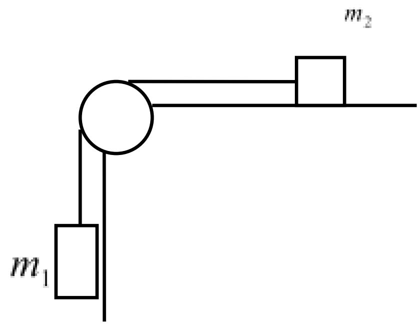

Рис.2.3

2.4. Тело A массой 2 кг (рис. 2.4) находится на горизонтальном столе и соединено нитями посредством блоков с телами B ($m_1 = 0,5$ кг) и C ($m_2 = 0,3$ кг). Считая нити и блоки невесомыми и пренебрегая силами трения, определите: 1) ускорение, с которым будут двигаться эти тела; 2) разность сил натяжения нитей.

2.5. С каким ускорением движется система, изображённая на (рис. 2.4), если масса тел A и B равна $m = 1кг$, а масса тела C равна $2m$? Коэффициент трения равен 0,2. Определите силы натяжения нити, связывающей тела A и B, и силы натяжения нити, связывающей тела A и C.

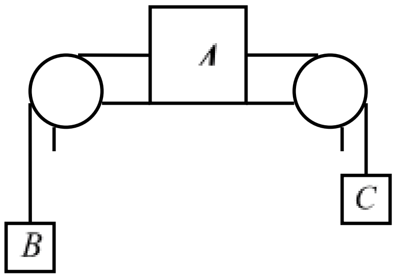

Рис. 2.4

2.6. С вершины клина, длина которого 2 м и высота 1 м, начинает скользить небольшое тело. Коэффициент трения между телом и клином 0,15. Определите ускорение, с которым движется тело, время прохождения тела вдоль клина и скорость тела у основания клина.

2.7. В установке (рис. 2.5) угол α наклонной плоскости с горизонтом равен 30°, массы тел m_1=200 г и m_2=300 г. При этом тело массой m_1 движется вверх по наклонной плоскости. Коэффициент трения 0,1. Считая нить и блок невесомыми, определите ускорение, с которым будут двигаться эти тела, и силу натяжения нити.

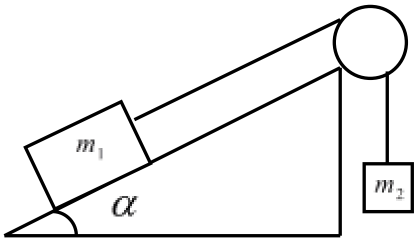

Рис. 2.5

2.8. В установке (рис. 2.5) угол α наклонной плоскости с горизонтом равен 30°, массы тел m_1=500 г и m_2=200 г. При этом тело массой m_1 движется вниз по наклонной плоскости. Коэффициент трения 0,1. Считая нить и блок невесомыми, определите ускорение, с которым будут двигаться эти тела, и силу натяжения нити.

2.9. В установке (рис. 2.6) углы α и β с горизонтом соответственно равны 30° и 45°, массы тел m_1=0,45 кг и m_2=0,5 кг. Считая нить и блок невесомыми и пренебрегая силами трения, определите: 1) ускорение, с которым движутся тела; 2) силу натяжения нити.

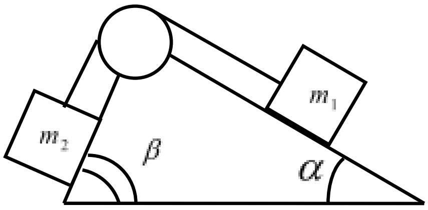

Рис. 2.6

2.10. В установке (рис. 2.6) углы α и β с горизонтом соответственно равны 30° и 45°, массы тел $m_1 = m_2$= 1 кг. Коэффициент трения каждого тела о плоскость равен 0,1. Считая нить и блок невесомыми, определите: 1) ускорение, с которым движутся тела; 2) силу натяжения нити.

2.11. Камень, привязанный к верёвке длиной 50 см, вращается в вертикальной плоскости. Найдите, при каком числе оборотов в секунду верёвка оборвётся, если известно, что она разрывается при нагрузке, равной десятикратному весу камня.

2.12. Камень, привязанный к верёвке, вращается в вертикальной плоскости. Найдите массу камня, если известно, что разность между максимальным и минимальным натяжениями верёвки равна 10 Н.

2.13. Гирька, привязанная к нити длиной 30 см, описывает в горизонтальной плоскости окружность радиусом 15 см. Найдите частоту вращения гирьки.

2.14. Диск вращается вокруг вертикальной оси с частотой 30 об/мин. На расстоянии 20 см от оси вращения на диске лежит тело. Каков должен быть коэффициент трения между диском и телом, чтобы тело не скатилось с диска?

2.15. С какой скоростью должен ехать автомобиль массой 2 т по выпуклому мосту с радиусом кривизны 40 м, чтобы в верхней точке он перестал оказывать давление на мост?

2.16. Самолет, летящий со скоростью 250 м/с, выполняет петлю Нестерова в вертикальной плоскости радиусом 1600 м. С какой силой летчик массой 70 кг давит на сиденье в верхней и нижней точках петли?

2.17. На горизонтальной дороге автомобиль делает поворот радиусом 16 м. Какова наибольшая скорость, которую может развивать автомобиль, чтобы его не занесло, если коэффициент трения скольжения колес о дорогу равен 0,4? Во сколько раз изменится эта скорость зимой, когда коэффициент трения станет меньше в 4 раза?

2.18. Горизонтально расположенный диск проигрывателя вращается с частотой 78 об/мин. На него поместили небольшой предмет. Предельное расстояние от предмета до оси вращения, при котором предмет удерживается на диске, равно 7 см. Каков коэффициент трения между предметом и диском?

2.19. Человек сидит на краю круглой горизонтальной платформы радиусом 3 м. С какой максимальной частотой должна вращаться платформа вокруг вертикальной оси, чтобы человек мог удержаться на ней при коэффициенте трения 0,3?

2.20. Мальчик массой 50 кг качается на качелях, с длиной подвеса 4 м. С какой силой он давит на сиденье при прохождении среднего положения со скоростью 6 м/с?

2.21. Шар массой 10 кг сталкивается с шаром массой 4 кг. Скорость первого шара 4 м/с, второго 12 м/с. Найдите общую скорость шаров после удара в двух случаях: когда малый шар нагоняет большой шар, движущийся в том же направлении, и когда шары движутся навстречу друг другу. Удар считать прямым, центральным, неупругим.

2.22. Шар массой 200 г, движущийся со скоростью 10 м/с, ударяет неподвижный шар массой 800 г. Удар прямой, центральный, абсолютно упругий. Определите проекции скоростей шаров после удара. (Направление оси выбрать по движению первого шара до удара).

2.23. Граната, летящая со скоростью 10 м/с разорвалась на два осколка. Больший осколок, масса которого составляет 60% массы всей гранаты, продолжал двигаться в том же направлении, но с увеличенной скоростью, равной 25 м/с. Найдите скорость меньшего осколка.

2.24. Тележка, масса которой (без человека) 120 кг, движется по инерции по горизонтальной плоскости со скоростью 6 м/с. С тележки соскакивает человек массой 80 кг под углом 30° к направлению ее движения. Скорость тележки уменьшается при этом до 4 м/с. Какова была скорость прыжка относительно плоскости?

2.25. Шарик массой 10 г падает на горизонтальную плоскость с высоты 27 см. Найдите среднюю силу удара в случае, когда шарик пластилиновый (абсолютно неупругий удар).Длительность удара шарика с плоскостью 0,03 с.

2.26. Движущееся тело массой m_1 ударяется о неподвижное тело массой m_2. Считая удар неупругим и центральным, найдите, какая часть первоначальной кинетической энергии переходит при ударе в тепло.

2.27. Ядро, летевшее горизонтально со скоростью V=20м/с, разорвалось на два осколка с массами m_1=10кг и m_2=5 кг. Скорость меньшего осколка V_2 = 90м/с и направлена так же, как и скорость ядра до разрыва. Определите направление и численное значение скорости V_1 большего осколка.

2.28. Снаряд массой m =100 кг, летящий горизонтально вдоль железнодорожного пути со скоростью V_1=500 м/с, попадает в вагон с песком массой M=104кг и застревает в нем. Определите скорость вагона в следующих случаях: 1) вагон стоял неподвижно; 2) вагон двигался со скоростью V_0=10 м/с в том же направлении, что и снаряд; 3) вагон двигался со скоростью 10 м/с в направлении, противоположном движению снаряда.

2.29. Тело массой m_1=1 кг движется горизонтально со скоростью V_1 = 1м/с и сталкивается со вторым телом массой m_2=0,5кг. Определите скорости тел после неупругого удара, если: 1) второе тело до удара покоилось; 2) второе тело до удара двигалось со скоростью 0,5м/с в том же направлении, что и первое тело; 3) второе тело двигалось со скоростью 0,5м/с в направлении, противоположном направлению движения первого тела.

2.30. Человек массой m_1 =60 кг, бегущий со скоростью V_1 =2,5м/с, догоняет тележку массой m_2 =100кг, движущуюся со скоростью V_2 =1м/с, и вскакивает на нее.1) С какой скоростью станет двигаться тележка вместе с человеком? 2) С какой скоростью они двигались бы, если бы человек бежал навстречу тележке?

2.31. Автомобиль массой 1,8 т движется равномерно в гору, уклон которой составляет 3 м на каждые 100 м пути. Определите работу, совершаемую двигателем автомобиля на пути 5 км, если коэффициент трения равен 0,1, а также развиваемую двигателем мощность, если известно, что этот путь был преодолен за 5 мин.

2.32. Определите работу, совершаемую при подъеме груза массой 50 кг по наклонной плоскости с углом наклона 30° к горизонту на расстояние 4 м, если время подъема 2 с, а коэффициент трения 0,06.

2.33. Тело скользит с наклонной плоскости высотой h и углом наклона α к горизонту и движется далее по горизонтальному участку. Принимая коэффициент трения на всем пути постоянным и равным μ, определите расстояние s, пройденное телом на горизонтальном участке, до полной остановки.

2.34. Самолет массой 5 т двигался горизонтально со скоростью 360 км/ч. Затем он поднялся на 2 км. При этом его скорость стала 200 км/ч. Найдите работу, затраченную мотором на подъем самолета.

2.35. Гиря массой 10 кг падает с высоты 0,5 м на подставку, скреплённую с пружиной жёсткостью 30 Н/см. Определите при этом смещение пружины.

2.36. С башни высотой 20 м горизонтально со скоростью 10 м/с брошен камень массой 400 г. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определите для момента времени 1 с после начала движения кинетическую и потенциальную энергии камня.

2.37. К нижнему концу пружины жесткостью k_1 присоединена другая пружина жесткостью k_2, к концу которой прикреплена гиря. Пренебрегая массой пружин, определите отношение потенциальных энергий пружин.

2.38. Из пружинного пистолета вылетела в горизонтальном направлении пулька, масса которой 5 г. Жесткость пружины 1,25 кН/м. Пружина была сжата на 8 см. Определите скорость пульки при вылете ее из пистолета.

2.39. Струя воды сечением 6 см^2 ударяет о стенку под углом 60° к нормали и упруго отскакивает от стенки без потери скорости. Найдите силу, действующую на стенку, если известно, что скорость течения воды в струе 12 м/с.

2.40. Из реактивной установки массой 0,5 т, находящейся первоначально в покое, в горизонтальном направлении выбрасывается последовательно две порции вещества со скоростью 1000 м/с относительно установки. Масса каждой порции 25 кг. Какой станет скорость установки после выброса второй порции? Трение отсутствует.

3. Вращательное движение твердых тел

Основные формулы

- Момент инерции материальной точки: $J = m\,r^2$,

где m — масса точки; r — расстояние до оси вращения.

- Момент инерции механической системы (тела) относительно неподвижной оси: $J = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$, где r_i - расстояние материальной точки массой m_i до оси вращения; в случае непрерывного распределения масс: $J = \int r^2 dm.$

- Моменты инерции тел правильной геометрической формы (тела считаются однородными; m — масса тела):

Тело	Положение оси вращения	Момент инерции
Обруч или полый тонкостенный цилиндр радиусом R	Ось симметрии проходит через центр цилиндра	mR^2
Сплошной цилиндр или диск радиусом R	Ось симметрии проходит через центр цилиндра (диска)	$\frac{1}{2}mR^2$
Прямой тонкий стержень длиной l	Ось перпендикулярна стержню и проходит через его середину	$\frac{1}{12}ml^2$
Шар радиусом R	Ось проходит через центр шара	$\frac{2}{5}mR^2$

- Теорема Штейнера: $J = J_C + md^2$,

где J_C – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс; J – момент инерции относительно параллельной оси, отстоящей от первой на расстоянии d; m - масса тела.

- Момент силы относительно неподвижной точки: $\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}]$,

где r – радиус-вектор, проведенный из этой точки в точку приложения силы $\vec{F}$.
Модуль момента силы относительно неподвижной оси: $M = Fl,$

где l - плечо силы (кратчайшее расстояние между линией действия силы и осью вращения).

- Основной закон динамики вращательного движения твердого тела:

$$\vec{M}dt = d(J\vec{\omega}),$$

где $\vec{M}$ - момент сил, приложенных к телу; J – момент инерции тела относительно оси вращения; $\vec{\omega}$ - угловая скорость тела.

- Уравнение (закон) динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси: $M_z = J_z \frac{d\omega}{dt} = J_z \varepsilon,$

где ε - угловое ускорение; J_z - момент инерции тела относительно оси z.

- Момент импульса (момент количества движения) твердого тела относительно оси вращения: $L_z = \sum_{i=1}^{n} m_i \upsilon_i r_i = J_z \omega,$

где r_i - расстояние от оси z до отдельной частицы тела; $m_i\upsilon_i$ - импульс этой частицы; J_z - момент инерции тела относительно оси z; ω - его угловая скорость.

- Закон сохранения момента импульса для замкнутой системы:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^{N} \vec{L}_i = const.$$

- Работа при вращательном движении тела: $dA = M_z d\varphi,$

где $d\varphi$ - угол поворота тела; M_z - момент силы относительно оси z.

- Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси z:

$$E_K = \frac{J_z\omega^2}{2},$$

где J_z – момент инерции тела относительно оси z; ω - его угловая скорость.

- Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения:

$$E_K = \frac{1}{2}m\upsilon_C^2 + \frac{1}{2}J_C\omega^2,$$

где m – масса тела; υ_C - скорость центра масс тела; J_C – момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс; ω – угловая скорость тела.

- Связь работы и кинетической энергии тела при вращательном движении:

$$A = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2},$$

где J – момент инерции тела относительно оси вращения; ω_2 – угловая скорость тела в конечном состоянии; ω_1 – угловая скорость тела в начальном состоянии.

Примеры решения задач

Задача 1. Найдите момент инерции шара радиусом R относительно оси OO', находящейся на расстоянии l от поверхности шара (рис.3.1).

Дано:	***Решение:***
R, l	Записываем теорему Штейнера:
$J = ?$	$J = J_c + md^2$, где $J_c = \frac{2}{5}mR^2$,

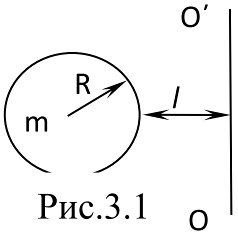

Рис.3.1

- момент инерции шара относительно оси, проходящей через центр масс; $d = R + l$ - расстояние между осями. Получаем:

$$J = \frac{2}{5}mR^2 + m(R+l)^2 .$$

Задача 2. На шнуре, перекинутом через блок в виде однородного цилиндра массой $m = 0{,}2\,кг$ подвешены грузы массами $m_1 = 0{,}3\,кг$ и $m_2 = 0{,}6\,кг$. Считаем нить невесомой и пренебрегаем трением в блоке. С каким ускорением движутся грузы? Каковы силы натяжения шнура, действующие на грузы во время движения?

Дано:	***Решение:***
$m = 0{,}2\,кг$;	Делаем рисунок, расставляем силы, действующие на каждое тело и на блок (рис. 3.2):
$m_1 = 0{,}3\,кг$;	
$m_2 = 0{,}6\,кг$.	
$a-?$ $T_1-?$ $T_1-?$	

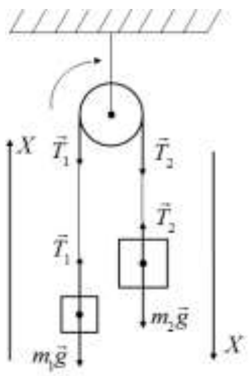

Рис.3.2

Записываем второй закон Ньютона для каждого тела в векторной и скалярной форме:
$$\begin{cases} m_1\vec{a} = m_1\vec{g} + \vec{T}_1 \\ m_2\vec{a} = m_2\vec{g} + \vec{T}_2 \end{cases} \qquad \begin{cases} m_1 a = T_1 - m_1 g \\ m_2 a = m_2 g - T_2 \end{cases}. \qquad (1)$$

Для блока записываем основное уравнение динамики вращательного движения в векторной и скалярной форме: $\vec{M} = J \cdot \vec{\varepsilon}$ $\quad M = J \cdot \varepsilon$, (2)

где $M = (T_2 - T_1)R$ - момент сил, $J = \frac{1}{2}mR^2$ - момент инерции блока; $\varepsilon = \frac{a}{R}$ - угловое ускорение блока.

Подставляя эти выражения в (2), получаем:

$$(T_2 - T_1)R = \frac{mR^2}{2}\frac{a}{R}, \text{ т.е. } (T_2 - T_1) = \frac{ma}{2}. \qquad (3)$$

Решая совместно уравнения (1) и (3), получаем: $T_2 - T_1 = m_2 g - m_2 a - m_1 a - m_1 g$.

Отсюда: $a = \dfrac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2 + m/2}$, $T_2 = m_2(g - a)$, $\quad T_1 = m_1(g + a)$.

Подставляем числа: $a = \dfrac{(0{,}6 - 0{,}3)10}{0{,}3 + 0{,}6 + 0{,}2/2} = 3(м/c^2)$,

$T_2 = 0{,}6(10 - 3) = 4{,}2\,Н$,

$T_1 = 0{,}3(10 + 3) = 3{,}9\,Н$.

Ответ: $a = 3(м/c^2)$, $T_1 = 3{,}9\,Н$, $T_2 = 4{,}2\,Н$.

Задача 3. Шар и обруч одинаковой массы и радиуса, изготовленные из одного и того же материала, катятся без скольжения с одинаковой скоростью. Во сколько раз кинетическая энергия шара меньше кинетической энергии обруча?

Дано:	***Решение:***
$m,\ R,\ \upsilon$	Кинетическая энергия тела, катящегося по поверхности, складывается из кинетической энергии вращательного движения и поступательного движения центра масс:
$\dfrac{E_1}{E_2} = ?$	

$$E = \frac{J\omega^2}{2} + \frac{m\upsilon^2}{2}. \qquad (1)$$

Моменты инерции относительно центра масс обруча $J_1 = mR^2$ (2) и шара $J_2 = \frac{2}{5}mR^2$ (3). Связь линейной и угловой скорости - $\upsilon = \omega \cdot R$ (4). Подставляя (2), (3) и (4) в (1), получаем: $E_1 = \dfrac{mR^2\upsilon^2}{2R^2} + \dfrac{m\upsilon^2}{2} = m\upsilon^2$ - для обруча,

$E_2 = \dfrac{2mR^2\upsilon^2}{5 \cdot 2R^2} + \dfrac{m\upsilon^2}{2} = \dfrac{7}{10}m\upsilon^2$ - для шара.

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{m\upsilon^2 \cdot 10}{7m\upsilon^2} = \frac{10}{7} \approx 1{,}4$$

Ответ: в 1,4 раза.

Контрольные задания

3.1. Определите момент инерции сплошного однородного диска радиусом 40 см и массой 1 кг относительно оси, проходящей через середину одного из радиусов перпендикулярной плоскости диска.

3.2. Два шара одинакового радиуса R = 5 см закреплены на концах невесомого стержня. Расстояние между центрами шаров r = 0,5 м. Масса каждого шара m= 1 кг. Найдите момент инерции системы относительно оси, проходящей через середину стержня перпендикулярно к нему.

3.3. Определите момент инерции тонкого однородного стержня длиной 50 см и массой 360 г относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его конец.

3.4. Определите момент инерции тонкого однородного стержня длиной 50 см и массой 360 г относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через точку, отстоящую от конца стержня на 1/6 его длины.

3.5. Длина тонкого прямого стержня 60 см, масса 100 г. Определите момент инерции стержня относительно оси, перпендикулярной к его длине и проходящей через точку стержня, удаленную на 20 см от одного из его концов.

3.6. Тонкий обруч диаметром 56 см и массой 300 г висит на гвозде, вбитом в стену. Определите его момент инерции относительно этого гвоздя.

3.7. Однородный шарик массой 100 г подвешен на нити, длина которой равна радиусу шарика. Определите момент инерции шарика относительно точки подвеса, если длина нити 20 см.

3.8. Определите момент инерции сплошного однородного цилиндра радиусом 20 см и массой 1 кг относительно оси, проходящей через образующую цилиндра.

3.9. Два шара одинакового радиуса R = 6 см закреплены на концах невесомого стержня. Расстояние между шарами r = 0,8 м. Масса каждого шара m= 2 кг. Найдите момент инерции системы относительно оси, проходящей через середину стержня перпендикулярно к нему.

3.10. Длина тонкого прямого стержня 60 см, масса 200 г. Определите момент инерции стержня относительно оси, перпендикулярной к его длине и проходящей через точку, лежащую на продолжении стержня, удаленную на 10 см от одного из его концов.

3.11. Через неподвижный блок в виде полого тонкостенного цилиндра массой 160 г перекинута невесомая нить, к концам которой подвешены грузы массами 200 г и 300 г. Пренебрегая трением в оси блока, определите ускорение грузов и силы натяжения.

3.12. На однородный сплошной цилиндрический вал радиусом 50 см намотана легкая нить, к концу которой прикреплен груз массой 6,4 кг. Груз, разматывая нить, опускается с ускорением 2 м/с^2. Определите момент инерции и массу вала.

3.13. На барабан массой 9 кг намотан шнур, к концу которого привязан груз массой 2 кг. Найдите ускорение груза. Барабан считать однородным диском. Трением пренебречь.

3.14. На барабан радиусом 0,5 м намотан шнур, к концу которого привязан груз массой 1 кг. Найдите момент инерции барабана, если известно, что груз опускается с ускорением 2,04 м/с^2.

3.15. Через подвижный блок в виде однородного сплошного цилиндра массой 0,2 кг перекинута невесомая нить, к концам которой прикреплены тела массами 0,35 кг и 0,55 кг. Пренебрегая трением в оси блока, определите ускорение грузов и отношение сил натяжения нити.

3.16. Тело массой 0,25 кг, соединенное невесомой нитью посредством блока (в виде полого тонкостенного цилиндра) с телом массой 0,2 кг, скользит по поверхности горизонтального стола (рис. 2.3). Масса блока 0,15 кг. Коэффициент трения тела о поверхность равен 0,2. Пренебрегая трением в подшипниках, определите ускорение, с которым будут двигаться эти тела и силы натяжения нити по обе стороны блока.

3.17. К ободу однородного сплошного диска массой 10 кг, насаженного на ось, приложена постоянная касательная сила 30 Н. Определите кинетическую энергию диска через время 4 с после начала действия силы.

3.18. Шар и сплошной цилиндр одинаковой массы, изготовленные из одного и того же материала, катятся без скольжения с одинаковой скоростью. Определите, во сколько раз кинетическая энергия шара меньше кинетической энергии сплошного цилиндра.

3.19. Обруч и диск имеют одинаковую массу и катятся без скольжения с одинаковой линейной скоростью. Кинетическая энергия обруча равна 4 Дж. Найдите кинетическую энергию диска.

3.20. Определите, во сколько раз полная кинетическая энергия обруча, скользящего вдоль наклонной плоскости, меньше полной кинетической энергии обруча, катящегося по наклонной плоскости.

3.21. На скамье Жуковского (вращающаяся без трения платформа) стоит человек и держит в руках стержень по оси скамьи. Скамья с человеком вращается с угловой скоростью 4 рад/с. С какой скоростью будет вращаться скамья с человеком, если стержень повернуть так, чтобы он занял горизонтальное положение? Суммарный момент инерции человека и скамьи 5 кг·м^2, длина стержня 2 м, масса 6 кг. Считать, что центр масс стержня с человеком в обоих случаях находится на оси платформы.

3.22. На неподвижной скамье Жуковского стоит человек и держит в руке за ось велосипедное колесо, вращающееся вокруг своей оси с угловой скоростью 25 рад/с. Ось колеса расположена вертикально и совпадает с осью скамьи. С какой скоростью станет вращаться скамья, если повернуть колесо вокруг горизонтальной оси на угол 90°? Момент инерции человека и скамьи равен 2,5 кг·м^2, момент инерции колеса 0,5 кг·м^2.

3.23. Платформа в виде диска вращается по инерции без трения около вертикальной оси с частотой 14 мин$^{-1}$. На краю платформы стоит человек. Когда человек перешел в центр платформы, частота возросла до 25 мин$^{-1}$. Масса человека 70 кг. Определите массу платформы. Момент инерции человека рассчитывать, как для материальной точки.

3.24. Горизонтальная платформа массой 150 кг вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы с частотой 8 мин$^{-1}$. Человек массой 70 кг стоит при этом на краю платформы. С какой угловой скоростью начнет вращаться платформа, если человек перейдет от края платформы к ее центру? Считать платформу круглым однородным диском, а человека - материальной точкой.

3.25. Горизонтальная платформа массой 25 кг и радиусом 0,8м вращается с частотой 18 мин$^{-1}$. В центре стоит человек и держит в расставленных руках гири. Считая платформу диском, определите частоту вращения платформы, если человек, опустив руки, уменьшит свой момент инерции от 3,5 кг·м^2 до 1 кг·м^2.

3.26. Человек, стоящий на скамье Жуковского, держит в руках стержень длиной 2,5 м, расположенный вертикально вдоль оси вращения скамейки. Эта система (скамья и человек) обладает моментом инерции 10 кг·м^2 и вращается с частотой 12 мин$^{-1}$. Если стержень повернуть в горизонтальное положение так, что центр стержня совпадет с осью вращения, то частота вращения системы станет 8,5 мин$^{-1}$. Определите массу стержня.

3.27. Человек массой 60 кг, стоящий на краю горизонтальной платформы радиусом 1 м и массой 120 кг, вращающейся по инерции вокруг неподвижной вертикальной оси с частотой 10 мин$^{-1}$, переходит к ее центру. Считая платформу круглым однородным диском, а человека – точечной массой, определите работу, совершаемую человеком при переходе от края платформы к ее центру.

3.28. На краю неподвижной скамьи Жуковского диаметром 0,8 м и массой 6 кг стоит человек массой 60 кг. С какой угловой скоростью начнет вращаться скамья, если человек поймает летящий на него мяч массой 0,5 кг? Траектория мяча горизонтальна и проходит на расстоянии 0.4 м от оси скамьи. Скорость мяча 5 м/с.

3.29. Платформа в виде диска диаметром 3 м и массой 180 кг может вращаться вокруг вертикальной оси. С какой угловой скоростью будет вращаться эта платформа, если по ее краю пойдет человек массой 70 кг со скоростью 1,8 м/с относительно платформы?

3.30. В центре вращающегося столика стоит человек, держащий на вытянутых руках на расстоянии 150 см друг от друга две гири. Столик вращается с частотой $1\ с^{-1}$. Человек сближает гири до расстояния 80 см, и частота увеличивается до $1{,}5\ с^{-1}$. Определите работу, произведенную человеком, если каждая гиря имеет массу 2 кг. Момент инерции человека относительно оси столика считать постоянным.

4. Молекулярно-кинетическая теория идеального газа

Основные формулы

●Основное уравнение молекулярно-кинетической теории:

$$P = \frac{1}{3} n m_0 \langle \upsilon^2_{кв.} \rangle = \frac{2}{3} n \langle E_к \rangle = \frac{1}{3} \rho \langle \upsilon^2_{кв.} \rangle = nkT,$$

где P – давление газа, $n = N/V$ – концентрация молекул, m_0 – масса одной молекулы, $\langle \upsilon_{кв.} \rangle$ – средняя квадратичная скорость одной молекулы, $\rho = nm_0 = m/V$ - плотность газа, T –абсолютная температура, $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ Дж/К$ – постоянная Больцмана.

● Средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы:

$$\langle E_k \rangle = \frac{m_0 \langle \upsilon^2_{кв} \rangle}{2} = \frac{3}{2} kT$$

● Изопроцессы (газовые законы) – для $m = const$:

1) $T - const$ - изотермический: $P_1 V_1 = P_2 V_2$;

2) $P - const$ - изобарный: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$;

3) $V - const$ - изохорный: $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$.

●Уравнение Менделеева-Клапейрона: $PV = \frac{m}{M} RT$,

где V – объём газа, m – масса газа, M – молярная масса; $R = 8{,}31 (Дж/моль \cdot К))$ – универсальная газовая постоянная.

●Количество вещества: $\nu = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M}$, где N – общее число молекул; $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\,моль^{-1}$ – постоянная Авогадро.

- Скорости молекул:

$\langle \upsilon_{кв.} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3PV}{m}}$ - средняя квадратичная,

$\langle \upsilon \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = \sqrt{\frac{8PV}{\pi m}}$ - средняя арифметическая,

$\upsilon_в = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = \sqrt{\frac{2PV}{m}}$ - наиболее вероятная.

- Нормальные условия: $T_0 = 273K\,(0^0C);\ P_0 \approx 10^5\,Па(760\,мм\,рт.ст.);$

  $V_0 = 22{,}4\,м^3\,/\,моль$ - объём одного моля газа.

Примеры решения задач

Задача 1. Смесь кислорода и азота при температуре t=27^{0}С находится под давлением P=2,3·10^2 Па. Масса кислорода составляет 75% от общей массы смеси. Определите концентрацию молекул каждого из газов.

Дано:	***Решение:***
T=300 К; P=2,3·10^2 Па; m_1=0,75 m; M_1=0,032 кг/моль; M_2=0,028 кг/моль.	Смесь газов принимаем за идеальный газ, описываемый уравнением Менделеева– Клапейрона: $P = nkT$, (1) где $n = n_1 + n_2$ - (2) концентрация смеси газов; n_1 – концентрация молекул кислорода, n_2 – концентрация молекул азота; k– постоянная Больцмана.
n_1 - ? n_2 - ?	

Из выражений (1) и (2) имеем*:*

$$n_1 + n_2 = \frac{P}{kT}\,. \qquad (3)$$

Выразим концентрацию n_1 через концентрацию n_2.

По условию задачи масса кислорода: $m_1 = 0{,}75\,m$, (4) где m – масса смеси.

Массу кислорода можно выразить также через концентрацию n_1 и объем газа: $m_1 = \frac{M_1}{N_A} n_1 V$, (5) где M_1 – молярная масса кислорода; N_A – число Авогадро; V – объем газа.

Приравняв правые части выражений (4) и (5), получим:

$$n_1 = \frac{0{,}75 m N_A}{M_1 V}. \qquad (6)$$

Масса азота $m_2=0{,}25m$, или иначе $m_2 = \frac{M_2}{N_A} n_2 V$. Приравняв значения m_2 из последних двух формул, найдем:

$$n_2 = \frac{0{,}25 m N_A}{M_2 V}. \qquad (7)$$

Из выражений (6) и (7) имеем:

$$n_2 = \frac{n_1 M_1}{3M_2}. \qquad (8)$$

Подставив в формулу (3) значение n_2 из последнего выражения, получим $n_1 = \frac{3M_2 P}{kT(3M_2 + M_1)}$. После подстановки значений и вычисления $n_1 = 0{,}40 \cdot 10^{23}$ 1/м^3, $n_2 = 0{,}15 \cdot 10^{23}$ (1/м^3).

Ответ: $n_1 = 0{,}40 \cdot 10^{23}$ 1/м^3, $n_2 = 0{,}15 \cdot 10^{23}$ (1/м^3).

Задача 2. В закрытом сосуде объемом V=1 м^3 находится m_1=1кг азота и m_2=1,5 кг воды. Определите давление в сосуде при температуре t=600^{0}С, зная, что при этой температуре вся вода превратится в пар.

Дано:
V=1 м^3;
m_1=1 кг;
m_2=1,5 кг;
T=873 К;
M_1=0,028 кг/моль;
M_2=0,018 кг/моль.

P - ?

Решение:

По закону Дальтона давление в сосуде после превращения воды в пар:

$$P=P_1+P_2, \qquad (1)$$

где P_1 - давление азота, P_2 – давление водяного пара. Состояние азота в сосуде определяется уравнением Менделеева - Клапейрона:

$$P_1 V = \frac{m_1}{M_1} RT, \qquad (2)$$

где M_1 – молярная масса азота, R – универсальная газовая постоянная. Аналогично для водяного пара:

$$p_2 V = \frac{m_2}{M_2} RT, \qquad (3)$$

где M_2 – молярная масса водяного пара.

Из уравнений (2) и (3) имеем: $P_1 = \frac{m_1RT}{M_1V}$, $P_2 = \frac{m_2RT}{M_2V}$. После подстановки давлений P_1 и P_2 в выражение (1) имеем $P = \frac{RT}{V}(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2})$. Используя числовые значения, получим: $P = 8{,}62 \cdot 10^5$ Па.

Ответ: $P = 8{,}62 \cdot 10^5$ Па.

Задача 3. Определите число молекул воздуха в аудитории объемом V=180 м^3 при температуре t=22^{0}C и давлении P=0,98·10^5 Па. Какова концентрация молекул воздуха при этих условиях?

Дано:	***Решение:***
V=180 м^3; T=295 К; P=0,98· 10^5 Па;	Число молей воздуха в аудитории: $\nu = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M}$, (1)
N - ? , n - ?	где – N_A - число Авогадро, m – масса воздуха в аудитории, M – молярная масса воздуха. Из выражения (1): $N = \frac{m}{M} N_A$. (2)

Число молей воздуха в аудитории можно выразить, используя уравнение Клапейрона-Менделеева $PV = \frac{m}{M}RT$, откуда $\frac{m}{M} = \frac{PV}{RT}$. После подстановки $\frac{m}{M}$ из последней формулы в выражение (2) получим:

$$N = N_A \frac{PV}{RT}. \qquad (3)$$

Используя числовые значения, определим N = 0,43·10^{28}. Проверим единицы измерения правой части выражения (3) $[N] = \frac{Н \cdot м^3 \cdot моль \cdot К}{моль \cdot м^2 \cdot Дж \cdot К} = 1$. Концентрацию (число молекул в единице объема) определим по формуле: $n = \frac{N}{V}$. После подстановки:

$$n = 0{,}24 \cdot 10^{26}\ 1/м^3.$$

Ответ: N = 0,43·10^{28}, n=0,24·10^{26} $1/м^3$.

Задача 4. Определите среднюю квадратичную скорость молекул некоторого газа, плотность которого при давлении P=1,1·10^5 Па равна ρ=0,024 $\frac{кг}{м^3}$. Какова масса одного моля этого газа, если значение плотности дано для температуры 27^0 С?

Дано:	***Решение:***
$P = 1{,}1 \cdot 10^{5}$ Па; $\rho = 0{,}024\ \frac{кг}{м^3}$; $T = 300$ К.	Для определения средней квадратичной скорости движения молекул используем основное уравнение молекулярно-кинетической теории в таком виде: $P = \frac{1}{3} m_0 n V_{КВ.}^2$,
$V_{КВ.}$ - ? M -?	(1) где m_0 – масса одной молекулы газа, n – концентрация молекул. Так как $m_0 n = \rho$, то уравнение (1) можно записать

в таком виде: $P = \frac{1}{3}\rho \overline{V}^2$, откуда $V_{КВ.} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$,после подстановки числовых значений и вычисления получим:

$$V_{КВ.} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1{,}1 \cdot 10^5}{0{,}24}} = 1172{,}6\,\frac{м}{с}. \qquad [V_{КВ.}] = \sqrt{\frac{Н \cdot м^3}{м^2 \cdot кг}} = \sqrt{\frac{кг \cdot м \cdot м}{с^2 \cdot кг}} = \frac{м}{с}.$$

Для определения массы одного моля газа используем уравнение Клапейрона-Менделеева - $PV = \frac{m}{M}RT$, откуда $P = \frac{m}{V} \cdot \frac{RT}{M}$. Так как $\frac{m}{V} = \rho$, то $P = \rho\frac{RT}{M}$, или $M = \frac{\rho RT}{P}$. После подстановки числовых значений и вычисления: $M = \frac{0{,}24 \cdot 8{,}31 \cdot 300}{1{,}1 \cdot 10^5} = 0{,}005\frac{кг}{моль}$.

$$[M] = \frac{кг \cdot Дж \cdot К \cdot м^2}{м^3 \cdot моль \cdot К \cdot Н} = \frac{кг \cdot Н \cdot м}{м \cdot Н \cdot моль} = \frac{кг}{моль}.$$

Ответ: $V_{КВ.} = 1172{,}6\frac{м}{с}$, $M = 0{,}005\frac{кг}{моль}$.

Контрольные задания

4.1. Определите число молей и концентрацию молекул газа, объем которого $V = 2{,}4 \cdot 10^{-4}$ м^3, температура t = 27^0 С и давление P=0,5·10^{5}Па.

4.2. В сосуде находится смесь m_1 = 0,02 кг углекислого газа и m_2 = 0,015 кг кислорода. Определите плотность этой смеси при температуре t = 27^0 С и давлении P = 1,5·10^5 Па.

4.3. В закрытом сосуде объемом V=0,5 м^3 находится m_1=0,45 кг воды и m_2 = 0,8 кг азота. Определите давление в сосуде при температуре t = 500^0 С, полагая, что при этой температуре вся вода превращается в пар.

4.4. В закрытом сосуде находится m_1=0,015 кг азота и m_2=0,018кг кислорода при температуре t=27^0 С и давлении P=5·10^5 Па. Определите объем и молярную массу смеси газов.

4.5. При каком давлении следует наполнить воздухом баллон объемом V_1 = 2·10^{-3} м^3, чтобы при соединении его с баллоном объемом V_2 = 4·10^{-3} м^3, содержащим воздух при давлении P_2 = 0,1 МПа, установилось общее давление P = 0,25 МПа ?

4.6. В баллоне объемом V = $6\cdot10^{-2}$ м^3 находится кислород при температуре t = 27^0C. Определите массу израсходованного кислорода, если давление в баллоне уменьшилось на ΔP = 100 кПа. Процесс считать изотермическим.

4.7. В баллоне объемом V = 0,01 м^3 находится гелий под давлением P = 10^6 Па и при температуре t = 27^0C. Определите давление в баллоне после того, когда из баллона выпустили m = 0,01 кг гелия, а температура понизилась до 17^0C.

4.8. В сосуде находится смесь m_1=0,06 кг углекислого газа и m_2=0,010 кг азота. Определите плотность этой смеси при t=37^o C и давлении P=$1,5\cdot10^5$ Па.

4.9. В сосуде емкостью V = 0,02 м^3 содержится смесь водорода и азота при температуре t = 27^0C и давлении P = $1,2\cdot10^6$ Па. Масса смеси m = 0,145 кг. Определите массу водорода и азота в сосуде.

4.10. Определите плотность углекислого газа, находящегося в сосуде под давлением P = $2\cdot10^5$ Па и имеющего температуру t = 7^0C.

5. Основы равновесной термодинамики

Основные формулы

● Молярные теплоёмкости при постоянном объёме (C_V) и постоянном давлении (C_P): $C_V = \frac{i}{2}R,\quad C_P = \frac{i+2}{2}R$,

где i – число степеней свободы, $R = 8{,}31\ Дж/(моль\cdot К)$ - универсальная газовая постоянная.

● Связь между удельной (c) и молярной (C) теплоёмкостями: $c = C/M$, где M – молярная масса.

● Внутренняя энергия идеального газа: $U = \frac{m}{M}\frac{i}{2}RT = \frac{m}{M}C_V T$,

где m - масса газа, T - абсолютная температура.

● Изменение внутренней энергии идеального газа: $\Delta U = \frac{m}{M}\frac{i}{2}R\Delta T$,

● Работа расширения газа: $A = \int_{V_1}^{V_2} PdV$ - в общем случае,

где P - давление газа, V - объём газа.

$A = P(V_2 - V_1)$ - при изобарном процессе.

$A = \frac{m}{M}RT\ln\frac{V_2}{V_1}$ - при изотермическом процессе.

$A = -\Delta U = -\frac{m}{M}C_V\Delta T = \frac{RT_1}{\gamma-1}\frac{m}{M}\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right]$ - при адиабатном процессе,

где $\gamma = C_p/C_V = (i+2)/i$.

- Первое начало термодинамики: $Q = \Delta U + A$,

где Q – количество теплоты, сообщённое системе; ΔU - изменение внутренней энергии системы; A – работа, совершённая системой против внешних сил.

- Уравнение Пуассона для адиабатного процесса: $PV^{\gamma} = const$.

- Уравнение адиабаты идеального газа в переменных T и V: $TV^{\gamma-1} = const$.

- Коэффициент полезного действия цикла Карно: $\eta = \dfrac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1}$,

где Q_1 - количество теплоты, полученное от нагревателя; Q_2 - количество теплоты, переданное холодильнику; T_1 - температура нагревателя; T_2 - температура холодильника.

Примеры решения задач

Задача 1. Кислород, занимающий при давлении P=10^5 Па объем V = 0,04 м^3, расширяется так, что объем увеличивается в два раза. Определите конечное давление и работу, совершенную газом при изобарном, изотермическом и адиабатном процессах.

Дано:	***Решение:***
$P = 10^5$ Па; $V = 0{,}04$ м^3; $V_1 = 2V = 0{,}08$ м^3.	1. При изобарном процессе P=const, следовательно, P_1=P=10^5 Па. Работа при изобарном процессе $A_1 = P\Delta V = 10^5 \frac{н}{м^2}(0{,}08м^3 – 0{,}04м^3) = 0{,}4\cdot10^4$Дж.
P_1 - ? P_2 - ? P_3 - ? A_1 - ? A_2 - ? A_3 - ?	2. При изотермическом процессе начальные и конечные значения давления и объема связаны между собой выражением $PV = P_2V_1$, откуда: $P_2 = \frac{PV}{V_1} = \frac{10^5\,Па \cdot 0{,}04 м^3}{0{,}08 м^3} = 0{,}5 \cdot 10^5\,Па.$

Для определения работы газа при изотермическом процессе воспользуемся выражением: $A_2 = \frac{mRT}{M} ln \frac{V_1}{V}$. Из уравнения Клапейрона-Менделеева: $\frac{mRT}{M} = PV.$, следовательно $A_2 = P \cdot \ln \frac{V_1}{V}$. После подстановки числовых значений и вычисления получаем: $A_2 = 10^5 \frac{Н}{м^2} 0{,}04 м^3 \ln \frac{0{,}08 м^3}{0{,}04 м^3} = 0{,}27 \cdot 10^4\,Дж.$

3. При адиабатном процессе давление и объем связаны между собой уравнением Пуассона: $PV^{\gamma} = P_3 V_1^{\gamma}$, где $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$, $C_P = \frac{i}{2}R + R$ -молярная теплоемкость газа при постоянном давлении, $C_V = \frac{i}{2}R$ - молярная теплоемкость газа при постоянном объеме. Так как молекула кислорода состоит из двух атомов, то $i = 5$, а отношение $\frac{C_P}{C_V} = 1{,}4.$ Из уравнения Пуассона: $P_3 = P\left(\frac{V}{V_1}\right)^{\gamma}$. После подстановки и вычисления, получаем: $P_3 = 10^5\left(\frac{0{,}04 м^3}{0{,}08 м^3}\right)^{1{,}4} = 0{,}38 \cdot 10^5\, Па$. Работа, совершаемая газом при адиабатном расширении, равна убыли внутренней энергии, т.е. $A_3 = -\Delta U = \frac{m}{M}\frac{i}{2}R(T - T_3)$, где T_3 – абсолютная температура газа после адиабатного расширения. Запишем уравнение состояния до и после адиабатного расширения газа: $PV = \frac{mRT}{M}$ и $P_3 V_1 = \frac{mRT_3}{M}$, где T_3 – абсолютная температура газа после адиабатного расширения. Из последних двух уравнений: $T - T_3 = (PV - P_3 V_1)\frac{M}{mR}$, а следовательно, $A_3 = \frac{i}{2}(PV - P_3 V_1)$. После подстановки числовых значений и вычисления:

$$A_3 = \frac{5}{2}(10^5\,\frac{Н}{м^2}\,0{,}04 м^3 - 0{,}38 \cdot 10^5\,\frac{Н}{м^2}\,0{,}08 м^3) = 0{,}25 \cdot 10^4\, Дж.$$

Ответ: $P_1 = 10^5\, Па$; $P_2 = 0{,}5 \cdot 10^5\, Па$; $P_3 = 0{,}38 \cdot 10^5\,Па$; $A_1 = 0{,}4 \cdot 10^4\, Дж.$; $A_2 = 0{,}27 \cdot 10^4\, Дж.$; $A_3 = 0{,}25 \cdot 10^4\, Дж$.

Контрольные задания

5.1. При изотермическом расширении 2 г азота (N_2) при температуре 280 К объём увеличился в два раза. Определите совершённую газом работу, изменение внутренней энергии и количество теплоты, полученное газом.

5.2. Азот (N_2) массой 0,1 кг изобарно нагрет от температуры 200 К до температуры 400 К. Определите работу, совершённую газом, полученную им теплоту и изменение внутренней энергии.

5.3. Водород (H_2) массой 6,5 г при температуре 300 К и постоянном давлении расширяется вдвое за счет притока тепла извне. Определите работу расширения, изменение внутренней энергии газа и количество теплоты, полученное газом.

5.4. 2 кмоля углекислого газа (CO_2) нагреваются при постоянном давлении на 50 К. Найдите изменение его внутренней энергии, работу расширения и количество теплоты, полученное газом.

5.5. При адиабатном расширении двух моль кислорода (O_2), находящегося при нормальных условиях, объём увеличился в 3 раза. Определите изменение внутренней энергии газа и работу расширения газа.

5.6. Азот (N_2), находившийся при температуре 400 К, подвергли адиабатному расширению, в результате которого его объем увеличился в 5 раз, а внутренняя энергия уменьшилась на 4 кДж. Определите массу азота.

5.7. Газ расширяется адиабатно и при этом его объём увеличивается вдвое, а температура падает в 1,32 раза. Найдите число степеней свободы этого газа.

5.8. Два моля двухатомного идеального газа нагревают при постоянном объеме до температуры 289 К. Определите количество теплоты, которое необходимо сообщить газу, чтобы увеличить его давление в 3 раза.

5.9. Работа расширения некоторого двухатомного идеального газа составляет 2 кДж. Определите количество подведенной к газу теплоты, если процесс протекал изобарно.

5.10. Определите количество теплоты, которое надо сообщить кислороду (O_2) объёмом 50 л при изохорном нагревании, чтобы давление повысилось на 0,5 МПа.

6. Электростатика

Основные формулы

- Закон Кулона: $F = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{|q_1||q_2|}{\varepsilon r^2}$,

где F – модуль силы взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2; r расстояние между зарядами; $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}\,Ф/м$ - электрическая постоянная; ε-диэлектрическая проницаемость среды, в которой находятся заряды (для вакуума $\varepsilon = 1$).

- Напряженность и потенциал электростатического поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}, \qquad \varphi = \frac{W_n}{q_0}, \qquad \text{или} \qquad \varphi = \frac{A_\infty}{q_0},$$

где $\vec{F}$ – сила, действующая на точечный положительный заряд q_0, помещенный в данную точку поля; W_n – потенциальная энергия заряда q_0; A_∞ – работа по перемещению заряда q_0 из данной точки поля в бесконечность.

- Напряженность и потенциал электростатического поля, создаваемого

точечным зарядом q на расстоянии r от него $E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{\varepsilon r^2}$; $\varphi = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{\varepsilon r}$.

•Поток вектора напряженности через площадку dS: $d\Phi_E = \vec{E}d\vec{S} = E_n dS$,

где $d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$ – вектор, модуль которого равен dS, а направление совпадает с нормалью $\vec{n}$ к площадке; E_n – составляющая вектора $\vec{E}$ по направлению нормали $\vec{n}$ к площадке.

•Поток вектора напряженности через произвольную поверхность S:

$$\Phi_E = \int_S \vec{E}d\vec{S} = \int_S E_n dS .$$

•Напряженность и потенциал поля, создаваемого системой точечных зарядов (принцип суперпозиции (наложения) электростатических полей):

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i ; \qquad \varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i ,$$

где $\vec{E}_i$, φ_i – соответственно напряженность и потенциал поля, создаваемого зарядом q_i, n – число зарядов, создающих поле.

•Связь между напряженностью и потенциалом электростатического поля:

$\vec{E} = -grad\varphi$, или $\vec{E} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k} \right)$,

где $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ – единичные векторы координатных осей.

•В случае поля, обладающего центральной или осевой симметрией: $E = -\frac{d\varphi}{dr}$.

•Для однородного поля (поля плоского конденсатора): $E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}$,

где $(\varphi_1 - \varphi_2)$– разность потенциалов между пластинами конденсатора, d – расстояние между ними.

•Электрический момент диполя (дипольный момент): $\vec{p} = |q|\vec{l}$,

где $\vec{l}$ – плечо диполя (векторная величина, направленная от отрицательного заряда к положительному).

•Линейная, поверхностная и объемная плотность зарядов, т.е. заряд, приходящийся соответственно на единицу длины, площади и объема:

$$\tau = \frac{dq}{dl}; \qquad \sigma = \frac{dq}{dS}; \qquad \rho = \frac{dq}{dV}.$$

•Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме:

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N} q_i = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho\, dV ,$$

где $\sum_{i=1}^{n} q_i$ – алгебраическая сумма зарядов, заключенных внутри замкнутой поверхности S; N – число зарядов; ρ – объемная плотность зарядов.

•Напряженность поля, создаваемая равномерно заряженной бесконечной плоскостью: $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0 \varepsilon}$.

•Напряженность и потенциал поля, создаваемого проводящей заряженной сферой радиусом R с зарядом q на расстоянии r от центра сферы:

$E = 0$; $\varphi = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{q}{\varepsilon R}$ при $r < R$ (внутри сферы);

$E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{q}{\varepsilon r^2}$; $\varphi = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{q}{\varepsilon r}$ при $r \geq R$ (вне сферы)

•Напряженность поля, создаваемого равномерно заряженной бесконечной цилиндрической поверхностью радиусом R на расстоянии r от оси цилиндра: $E = 0$ при $r < R$ (внутри цилиндра);

$E = \dfrac{1}{2\pi\varepsilon_0} \dfrac{\tau}{\varepsilon r}$ при $r \geq R$ (вне цилиндра).

•Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда q из точки 1(потенциал φ_1) в точку 2 (потенциал φ_2):

$A_{12} = q\,(\varphi_1 - \varphi_2)$, или $A_{12} = q\int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l} = q\int_1^2 E_l \cdot dl$,

где E_l – проекция вектора $\vec{E}$ на направление элементарного перемещения $d\vec{l}$.

•Вектор поляризации диэлектрика: $\vec{P} = \dfrac{\sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i}{V}$,

где V – объем диэлектрика; $\vec{p}_i$ – дипольный момент i-й молекулы, N – число молекул.

•Связь между вектором поляризации и напряженностью электростатического поля в той же точке внутри диэлектрика: $\vec{P} = æ\,\varepsilon_0\,\vec{E}$, где æ – диэлектрическая восприимчивость вещества.

•Связь диэлектрической проницаемости ε с диэлектрической восприимчивостью æ: $\varepsilon = 1 + æ$.

•Связь между напряженностью E поля в диэлектрике и напряженностью E_0 внешнего поля: $E = \frac{E_0}{\varepsilon}$.

•Связь между векторами электрического смещения и напряженности электростатического поля: $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$.

•Связь между векторами $\vec{D}$, $\vec{E}$ и $\vec{P}$: $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$.

•Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике:

$$\Phi_D = \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \oint_S D_n dS = \sum_{i=1}^{n} q_i ,$$

где $\sum_{i=1}^{n} q_i$ – алгебраическая сумма заключенных внутри замкнутой поверхности S свободных электрических зарядов; D_n – составляющая вектора $\vec{D}$ по направлению нормали $\vec{n}$ к площадке $d\vec{S}$; $d\vec{S} = dS\vec{n}$ – вектор, модуль которого равен dS, а направление совпадает с нормалью $\vec{n}$ к площадке. Интегрирование ведется по всей поверхности.

•Электроемкость уединенного проводника $C = \frac{q}{\varphi}$ и конденсатора $C = \frac{q}{U}$,

где q – заряд, сообщенный проводнику; φ – потенциал проводника; U – разность потенциалов между пластинами конденсатора.

•Электроемкость плоского конденсатора: $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$,

где S – площадь пластины конденсатора; d – расстояние между пластинами.

•Электроемкость батареи конденсаторов: при последовательном (а) и параллельном (б) соединениях: а) $\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$, б) $C = \sum_{i=1}^{n} C_i$,

где C_i – электроемкость i-го конденсатора; n – число конденсаторов.

•Энергия уединенного заряженного проводника: $W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C}$.

•Потенциальная энергия системы точечных зарядов: $W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i \varphi_i$,

где φ_i – потенциал, создаваемый в той точке, где находится заряд q_i, всеми зарядами, кроме i-го, n - число зарядов.

•Энергия заряженного конденсатора: $W = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C}$,

где q – заряд конденсатора; C – его электроёмкость; U – разность потенциалов между обкладками.

•Сила притяжения между двумя разноименно заряженными обкладками плоского конденсатора: $|F| = \dfrac{\sigma^2 S}{2\varepsilon_0 \varepsilon} = \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2 S}{2}$.

•Энергия электростатического поля плоского конденсатора:

$$W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} Sd = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{2d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} V,$$

где S – площадь одной пластины; U – разность потенциалов между пластинами; $V = Sd$ – объем области между пластинами конденсатора.

•Объемная плотность энергии электростатического поля: $w = \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = \dfrac{ED}{2}$,

где E – напряжённость поля, D – электрическое смещение.

Примеры решения задач

Задача 1. Два точечных электрических заряда q_1=1 нКл и q_2=–2 нКл находятся в вакууме на расстоянии d = 10 см друг от друга. Определите напряженность и потенциал поля, создаваемого этими зарядами в точке A, удаленной от заряда q_1 на расстояние r_1=9 см и от заряда q_2 на расстояние r_2=7 см. Какая сила будет действовать на точечный заряд q'=1 пКл, если его поместить в точку A?

Дано:

q_1 = 1 нКл;

q_2 = -2 нКл;

d = 10 см;

r_1 = 9 см;

r_2 = 7 см;

q' = 1 пКл

E = ? φ =?

F = ?

Решение:

Согласно принципу суперпозиции электрических полей каждый заряд создает поле независимо от присутствия в пространстве других зарядов.

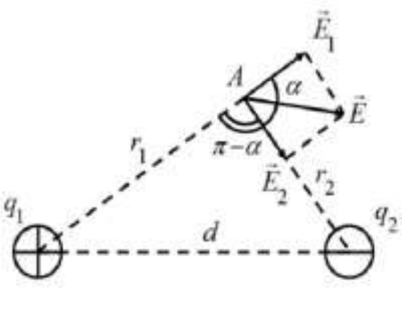

Рис.6.1

Напряженность $\vec{E}$ электрического поля в искомой точке будет равна геометрической сумме напряженностей $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$.

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \cos\alpha}, \qquad (1)$$

где a – угол между векторами $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$, который может быть найден из треугольника со сторонами r_1, r_2 и d: $\cos\alpha = \dfrac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1 r_2}$. В данном случае во избежание громоздких записей удобно значение $\cos\alpha$ вычислить отдельно: $\cos\alpha = \dfrac{(10^2 - 9^2 - 7^2)}{2\cdot 9\cdot 7} = -0{,}238$

Напряженность электрических полей, создаваемых соответственно зарядами q_1 и q_2: $E_1 = \dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2}$; $E_2 = \dfrac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}$. (2)

Подставляя выражения для E_1 и E_2 из (2) в (1) и вынося общий множитель $1/(4\pi\varepsilon_0)$ за знак корня, получаем:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} + 2\frac{q_1}{r_1^2}\frac{q_2}{r_2^2}\cos\alpha} \; . \qquad (3)$$

Сила, действующая на заряд q': $F = q'E.$ (4)

В соответствии с принципом суперпозиции электростатических полей потенциал φ результирующего поля, создаваемого двумя зарядами q_1 и q_2 , равен алгебраической сумме потенциалов, т.е.

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 \; . \qquad (5)$$

Потенциал поля точечного заряда q на расстоянии r от него выражается формулой:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} . \qquad (6)$$

В нашем случае согласно формулам (5) и (6) получаем:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right) . \qquad (7)$$

Подставив в формулы (3), (4) и (7) численные значения физических величин, произведем вычисления:

$$E = \frac{1}{4\pi\cdot 8.85\cdot 10^{-12}} \times$$

$$\times\sqrt{\frac{(10^{-9})^2}{(0.09)^4} + \frac{(2\cdot 10^{-9})^2}{(0.07)^4} + 2\frac{10^{-9}}{(0.09)^2}\frac{2\cdot 10^{-9}}{(0.07)^2}(-0.238)} =$$

$$= 3.53\cdot 10^3\,\frac{В}{м} = 3.58\,\frac{кВ}{м};$$

$$F = 10^{-12}\cdot 3.58\cdot 10^3 = 3.53\cdot 10^{-9}\,\text{Н} = 3.53\,нН;$$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\cdot 8.85\cdot 10^{-12}}\left(\frac{10^{-9}}{0.09} + \frac{-2\cdot 10^{-9}}{0.07}\right) = -157\,В.$$

Ответ: $E = 3.58\,\dfrac{кВ}{м}$; $F = 3{,}53\,нН$; $\varphi = -157\,В$.

Контрольные задания

6.1. Расстояние между одноименными одинаковыми зарядами q = 2 нКл равно 10 см. Определите напряженность поля, создаваемого этими зарядами в точке, находящейся на расстоянии 8 см от первого и 6 см от второго заряда.

6.2. Расстояние между двумя точечными зарядами $q_1 = 2$ нКл и $q_2 = -3$ нКл, расположенными в вакууме, равно 25 см. Определите напряженность поля, создаваемого этими зарядами в точке, удаленной от первого заряда на расстояние 20 см и от второго заряда на 15 см.

6.3. Расстояние между одноименными одинаковыми зарядами q = 2 нКл равно 10 см. Определите напряженность поля, создаваемого этими зарядами в точке, находящейся на расстоянии 8 см от первого и 6 см от второго заряда.

6.4. Расстояние между двумя точечными зарядами $q_1 = 2$ нКл и $q_2 = -3$ нКл, расположенными в вакууме, равно 25 см. Определите напряженность поля, создаваемого этими зарядами в точке, удаленной от первого заряда на расстояние 20 см и от второго заряда на 15 см.

6.5. Определите напряженность поля в точке, находящейся на прямой, соединяющей заряды q_1 =10 нКл и q_2 =-8 нКл, на расстоянии 8 см справа от отрицательного заряда. Расстояние между зарядами равно 20 см.

6.6. С какой силой, приходящейся на единицу площади, отталкиваются две одноименно заряженные бесконечно протяженные плоскости? Поверхностная плотность заряда на каждой плоскости 2 мкКл/м^2.

6.7. К бесконечно заряженной плоскости с поверхностной плотностью заряда 8,85 нКл/см^2 прикреплен на нити одноименно заряженный шарик с массой 1г и зарядом 2нКл. Какой угол с плоскостью образует нить, на которой висит шарик?

6.8. Два шарика массой 1 кг каждый подвешены на нитях, верхние концы которых соединены вместе. Длина каждой нити 10 см. Какие одинаковые заряды надо сообщить шарикам, чтобы нити разошлись на угол 60˚?

6.9. Два шарика одинакового радиуса и массы подвешены на двух нитях так, что их поверхности соприкасаются. После сообщения шарикам заряда $4 \cdot 10^{-7}$Кл они оттолкнулись друг от друга и разошлись на угол 60˚. Найдите массу каждого шарика, если длина нити 20 см.

6.10. Четыре одинаковых точечных заряда $q_1 = q_2 = q_3 = q_4$ = 2 нКл находятся в вершинах квадрата со стороной 10 см. Определите силу, действующую на один из зарядов со стороны трех других.

6.11. Расстояние между пластинами плоского конденсатора 5 мм. После зарядки конденсатора до разности потенциалов 500 В между пластинами конденсатора поместили стеклянную пластинку (ε=7), полностью заполняющую пространство конденсатора. Определите: 1) диэлектрическую восприимчивость стекла; 2) поверхностную плотность связанных зарядов на стеклянной пластинке.

6.12. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено двумя слоями диэлектрика — слюдяной пластиной (ε_1=7) толщиной d_1 = 1 мм и парафиновой пластиной (ε_2=2) толщиной d_2 = 0,5 мм. Определите: 1) напряженности электростатических полей в слоях диэлектрика; 2) электрическое смещение, если разность потенциалов между пластинами конденсатора U = 500 В.

6.13. Расстояние между пластинами плоского конденсатора d = 5 мм, разность потенциалов U = 1,2 кВ. Определите: 1) поверхностную плотность заряда на пластинах конденсатора; 2) поверхностную плотность связанных зарядов на диэлектрике, если известно, что диэлектрическая восприимчивость диэлектрика, заполняющего пространство между пластинами, æ = 1.

6.14. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено стеклом (ε=7). Расстояние между пластинами d = 5 мм, разность потенциалов U = 1 кВ. Определите: 1) напряженность поля в стекле; 2) поверхностную плотность заряда на пластинах конденсатора; 3) поверхностную плотность связанных зарядов на стекле.

6.15. К пластинам плоского воздушного конденсатора приложена разность потенциалов U_1 = 500 В. Площадь пластин S = 200 см^2, расстояние между ними d = 1,5 мм. После отключения конденсатора от источника напряжения пространство между пластинами заполнили парафином (ε = 2). Определите разность потенциалов U_2 между пластинами после внесения диэлектрика. Определите также электроемкости конденсатора C_1 и C_2 до и после внесения диэлектрика.

6.16. К пластинам плоского воздушного конденсатора приложена разность потенциалов U_1 = 500 В. Площадь пластин S = 200 см^2, расстояние между ними d = 1,5 мм. При включенном источнике питания в пространство между пластинами конденсатора внесли парафин (ε = 2). Определите разность потенциалов U_2 между пластинами после внесения диэлектрика. Определите также электроемкости конденсатора C_1 и C_2 до и после внесения диэлектрика.

6.17. Плоский воздушный конденсатор электроемкостью C = 10 пФ заряжен до разности потенциалов U_1 = 500 В. После отключения конденсатора от источника тока расстояние между пластинами конденсатора было увеличено в 3 раза. Определите: 1) разность потенциалов на обкладках конденсатора после их раздвижения; 2) работу внешних сил по раздвижению пластин.

6.18. К пластинам плоского воздушного конденсатора приложено напряжение U_1 = 500 В. Площадь пластин S = 200 см^2, расстояние между ними d_1 = 1,5 мм. Пластины раздвинули до расстояния d_2 = 15 мм. Найдите энергии W_1 и W_2 конденсатора до и после раздвижения пластин, если источник тока перед раздвижением отключался.

6.19. К пластинам плоского воздушного конденсатора приложено напряжение U_1 = 500 В. Площадь пластин S = 200 см^2, расстояние между ними d_1 = 1,5 мм. Пластины раздвинули до расстояния d_2 = 15 мм. Найдите энергии W_1 и W_2 конденсатора до и после раздвижения пластин, если источник тока перед раздвижением не отключался.

6.20. Электроемкость батареи, образованной двумя последовательно соединенными конденсаторами, равна 100 пФ, а заряд батареи 20 нКл. Определите электроемкость второго конденсатора, а также разности потенциалов на обкладках каждого конденсатора, если электроемкость первого конденсатора 200 пФ.

7. Постоянный электрический ток

Основные формулы

- Сила тока: $I=\dfrac{dq}{dt}$; $I=\dfrac{q}{t}$ (если $I=const$).
- Плотность тока: $j=\dfrac{I}{S}$, $\vec{j}=ne\langle\vec{\upsilon}\rangle$,

где S – площадь поперечного сечения проводника, $\langle\vec{\upsilon}\rangle$ – средняя скорость упорядоченного движения зарядов в проводнике, n – концентрация зарядов, e – элементарный заряд.

- Зависимость сопротивления от параметров проводника: $R=\rho\dfrac{l}{S}$, где l – длина проводника, S – площадь поперечного сечения проводника, $\rho=\dfrac{1}{\gamma}$ – удельное сопротивление, γ – удельная проводимость.
- Зависимость удельного сопротивления от температуры для металлических проводников: $\rho=\rho_0(1+\alpha t)$,

где α – температурный коэффициент сопротивления; ρ_0 – удельное сопротивление при 0^oC, t – температура проводника.

- Сопротивление системы проводников: при последовательном (а) и параллельном (б) соединениях: а) $R=\sum\limits_{i=1}^{n}R_i$, б) $\dfrac{1}{R}=\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{1}{R_i}$,

где R_i – сопротивление i -го проводника, n – число проводников.

- Сопротивления, необходимые для расширения пределов измерения приборами силы тока ($R_{ШУНТА}$) и напряжения ($R_{ДОБ.}$) в n раз:

$R_{ШУНТА}=\dfrac{R}{n-1}$, $R_{ДОБ.}=R(n-1)$.

- Законы Ома: для однородного участка цепи: $I=\dfrac{\varphi_1-\varphi_2}{R}=\dfrac{U}{R}$,

для неоднородного участка цепи: $I=\dfrac{\varphi_1-\varphi_2+\varepsilon_{1,2}}{R}$,

для замкнутой цепи: $I=\dfrac{\varepsilon}{R+r}$,

в дифференциальной форме: $\vec{j}=\gamma\vec{E}$,

где U – напряжение на однородном участке цепи, $(\varphi_1-\varphi_2)$ – разность потенциалов на концах участка цепи, ε – ЭДС источника, r – внутреннее сопротивление источника тока, $\vec{j}$ – плотность тока, γ – удельная проводимость, $\vec{E}$ –напряжённость поля.

- Сила тока короткого замыкания: $I = \dfrac{\varepsilon}{r}$.
- Работа тока за время t: $A = IUt = I^2Rt = \dfrac{U^2}{R}t$.

Закон Джоуля-Ленца (количество теплоты, выделяемой при прохождении тока через проводник): $Q = I^2Rt$.

- Мощность тока, выделяемая в нагрузке (полезная): $P = IU = I^2R = \dfrac{U^2}{R}$.
- Полная мощность, выделяемая в цепи: $P = \varepsilon \cdot I$.
- Мощность, теряемая в источнике: $P = I^2r$.
- Коэффициент полезного действия источника тока: $\eta = \dfrac{P_{полезная}}{P_{полная}} = \dfrac{R}{R+r}$.
- Правила Кирхгофа: 1) $\sum\limits_i I_i = 0$ – для узлов; 2) $\sum\limits_i I_i R_i = \sum\limits_k \varepsilon_к$ – для контуров,

где $\sum\limits_i I_i$ – алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле, $\sum\limits_k \varepsilon_k$ – алгебраическая сумма ЭДС в контуре.

Примеры решения задач

Задача 1. ЭДС источника тока ε =6 В. Наибольшая сила тока, которую может дать источник тока, $I_{\max} = 5A$. Какая наибольшая мощность $P_{\max}$ может выделиться на подключенном к источнику тока резисторе с переменным сопротивлением? Каким при этом будет КПД источника тока и какая мощность $P_{потерь}$ будет расходоваться на нагревание самого источника?

Дано:

$\varepsilon = 6$ В;
$I_{\max} = 5A$

$P_{\max} = ?$
η =?
$P_{потерь}$=?

Решение:

Мощность тока на внешнем участке цепи находится по формуле:

$$P = IU = I^2R, \qquad (1)$$

где R – сопротивление резистора при условии очень малого сопротивления подводящих ток проводников.
Силу тока I можно найти на основе закона Ома для замкнутой цепи:

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \qquad (2)$$

где R и r – сопротивления внешнего и внутреннего участков цепи соответственно.

Подставив формулу (2) в формулу (1), получим:

$$P = \frac{\varepsilon^2 R}{(R+r)^2} \quad . \tag{3}$$

Из формулы (3) видно, что при постоянных величинах ε и r мощность является функцией одной переменной – внешнего сопротивления R. Известно, что эта функция имеет максимум при условии $R = r$. В этом можно убедиться, применив общий метод исследования функций на экстремум с помощью производной.

Следовательно,

$$P_{\max} = \frac{\varepsilon^2 r}{(r+r)^2} = \frac{\varepsilon^2}{4r} . \tag{4}$$

Таким образом, задача сводится к отысканию сопротивления r внутреннего участка цепи (источника тока). Если учесть, что согласно закону Ома (2) для замкнутой цепи наибольшая сила тока $I_{\max}$ будет при внешнем сопротивлении $R = 0$ (ток короткого замыкания), то

$$I_{\max} = \frac{\varepsilon}{r} \quad . \tag{5}$$

Подставив найденное из (5) значение внутреннего сопротивления r в формулу (4), получим:

$$P_{\max} = \frac{\varepsilon I_{\max}}{4} = \frac{6 \cdot 5}{4} = 7{,}5\, Bm .$$

Мощность тока, выделяемая на внешнем участке цепи, является полезной по отношению к полной мощности источника тока, которая находится по формуле $P_{полн} = \varepsilon \cdot I$ и в нашем случае будет равна

$$P_{полн} = \frac{\varepsilon^2}{2r} = 2P_{\max} \quad . \tag{6}$$

КПД источника тока равен отношению полезной мощности, выделяемой на внешнем участке цепи, к полной мощности источника тока:

$$\eta = \frac{P_{полезная}}{P_{полная}} \quad . \tag{7}$$

В нашем случае

$$\eta = \frac{P_{полезная}}{2P_{полная}} 100\ \% = 50\ \%.$$

Мощность, теряемую в источнике тока, можно найти по формуле: $P_{потерь} = P_{полная} - P_{полезная} = I^2 r$.

В нашем случае:

$$P_{потерь} = 2P_{max} - P_{max} = P_{max} = 7{,}5\, Bm \quad .$$

Ответ: $P_{max} = 7{,}5\, Bm$; $\eta = 50\%$; $P_{потерь} = 7{,}5\, Bm$.

Задача 2. Электрическая цепь состоит из двух источников тока, трех сопротивлений и амперметра (рис.7.1). В этой цепи R_1=100 Ом, R_2=50 Ом, R_3=20 Ом, ЭДС одного из источников тока ε_1=2 В. Амперметр регистрирует ток I_3=50 мА, идущий в направлении, указанном стрелкой. Определите ЭДС второго источника тока ε_2. Сопротивлением амперметра и внутренним сопротивлением источников тока пренебречь.

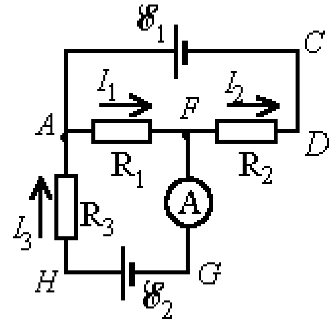

Рис.7.1

Указания: Для расчета разветвленных цепей применяются правила Кирхгофа:

а) $\sum\limits_i I_i = 0$ – первое правило Кирхгофа;

б) $\sum\limits_i I_i R_i = \sum\limits_k \varepsilon_k$ - второе правило.

На основании этих правил можно составить уравнения, необходимые для определения искомых величин (силы тока, сопротивления и ЭДС). Применяя правила Кирхгофа, следует соблюдать следующие указания:

1. Перед составлением уравнений произвольно выбрать: а) направления токов (если они не заданы по условию задачи) и указать их стрелками на чертеже; б) направления обхода контуров (например, по часовой стрелке).

2. При составлении уравнений по первому правилу Кирхгофа считать токи, подходящие к узлу, положительными, а токи, отходящие от узла, отрицательными. Число уравнений, составляемых по первому правилу Кирхгофа, должно быть на единицу меньше числа узлов, содержащихся в цепи.

3. При составлении уравнений по второму правилу Кирхгофа надо считать, что а) произведение силы тока на сопротивление участка контура $I_к R_к$ входит в уравнение со знаком “плюс”, если направление тока в данном участке совпадает с выбранным направлением обхода контура, в противном случае произведение $I_к R_к$ входит в уравнение со знаком “минус”, б) ЭДС входит в уравнение со знаком “плюс”, если она повышает потенциал в направлении обхода контура, т.е. если при обходе приходится идти от минуса к плюсу внутри источника тока; в противном случае ЭДС входит в уравнение со знаком “минус”. Число уравнений, составленных по второму правилу Кирхгофа должно быть равно числу независимых контуров, имеющихся в цепи. Для составления уравнений первый контур можно выбирать произвольно. Все последующие контуры следует выбрать таким образом, чтобы в каждый новый контур входила хотя бы одна ветвь цепи, не участвовавшая ни в одном из ранее использованных контуров. Если при решении уравнений, составленных указанным выше способом, получены отрицательные значения силы тока или сопротивления, то это означает, что ток через данное сопротивление в действительности течет в направлении, противоположном произвольно выбранному. При этом числовые значения силы тока будут правильными. Однако в этом случае неверным окажется вычисленное значение сопротивления. Тогда необходимо, изменив на чертеже направление тока в сопротивлении, составить новую систему уравнений и, решив ее, определить искомое сопротивление.

Дано:

R_1 = 100 Ом;

R_2 = 50 Ом;

R_3 = 20 Ом;

ε_1= 2 В;

ε_2 =?

Решение:

Выберем направления токов, как они показаны на рисунке, и условимся обходить контуры по часовой стрелке. По первому правилу Кирхгофа для узла F имеем:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0. \qquad (1)$$

По второму правилу Кирхгофа имеем для контура $ACDFA$:

$-I_1R_1 - I_2R_2 = -\varepsilon_1$, или после умножения обеих частей равенства на – 1:

$$I_1R_1 + I_2R_2 = \varepsilon_1 . \qquad (2)$$

Соответственно для контура $AFGHA$ найдем: $I_1R_1 + I_3R_3 = \varepsilon_2$. (3)

После подстановки известных числовых значений в формулы (1), (2) и (3) получим: I_1–I_2–0,05=0, 50I_1+25I_2=1, 100I+0,05·20=ε_2 .

Перенеся в этих уравнениях неизвестные величины в левые части, а известные – в правые, получим систему 3 уравнений с тремя неизвестными:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 + 0 = 0,05 \\ 50I_1 + 25I_2 + 0 = 1 \\ 100I_1 + 0 - \varepsilon_2 = -1. \end{cases}$$

Выразим из первого уравнения системы I_2 и подставим во второе:

$$I_2 = I_1 - 0{,}05, \quad 50I_1 + 25(I_1 - 0{,}05) = 1 \quad \Rightarrow I_1 = 0{,}03 .$$

Подставляя I_1 в третье уравнение, получаем ε_2=4 В.

Ответ: ε_2=4 В.

Контрольные задания

7.1. Гальванический элемент даёт на внешнее сопротивление 0,5 Ом силу тока 0,2 А. Если внешнее сопротивление заменить на 0,8 Ом, то ток в цепи 0,15 А. Определите силу тока короткого замыкания.

7.2. Найдите внутреннее сопротивление и ЭДС источника тока, если при силе тока 30 А мощность во внешней цепи равна 180 Вт, а при силе тока 10 А эта мощность равна 100 Вт.

7.3. Определите силу тока в цепи, состоящей из двух элементов с ЭДС, равными 1,6 В и 1,2 В и внутренними сопротивлениями 0,6 Ом и 0,4 Ом соответственно, соединённых одноимёнными полюсами.

7.4. Внешняя цепь источника тока потребляет мощность 0,75 Вт. Определите силу тока в цепи, если ЭДС источника 2 В и внутреннее сопротивление 1 Ом.

7.5. Амперметр сопротивлением 0,18 Ом предназначен для измерения силы тока до 10 А. Какое сопротивление надо взять и как его включить, чтобы этим амперметром можно было измерять силу тока до 100 А?

7.6. Вольтметр сопротивлением 2000 Ом предназначен для измерения напряжения до 30 В. Какое сопротивление надо взять и как его включить, чтобы этим вольтметром можно было измерять напряжение до 75 В?

7.7. Ток в проводнике сопротивлением 100 Ом равномерно нарастает от 0 до 10 А в течение 30 с. Чему равно количество теплоты, выделившееся за это время в проводнике?

7.8. По проводнику сопротивлением 3 Ом течёт равномерно возрастающий ток. Количество теплоты, выделившееся в проводнике за 8 с, равно 200 Дж. Определите заряд, протекший за это время по проводнику. В начальный момент времени ток был равен нулю.

7.9. Ток в проводнике равномерно увеличивается от нуля до некоторого максимального значения в течение 10 с. За это время в проводнике выделилось количество теплоты 1 кДж. Определите скорость нарастания тока в проводнике, если сопротивление его 3 Ом.

7.10. Источник тока с ЭДС 12 В и внутренним сопротивлением 1 Ом подключён к нагрузке сопротивлением 9 Ом. Найдите: 1) силу тока в цепи, 2)мощность, выделяемую во внешней части цепи, 3) мощность, теряемую в источнике тока, 4) полную мощность источника тока, 5) КПД источника тока.

7.11. На рис. 7.2 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3$, R_1 = 48 Ом, R_2 = 24 Ом, падение напряжения U_2 на сопротивлении R_2 равно 12 В. Пренебрегая внутренним сопротивлением элементов, определите силу тока во всех участках цепи и сопротивление R_3.

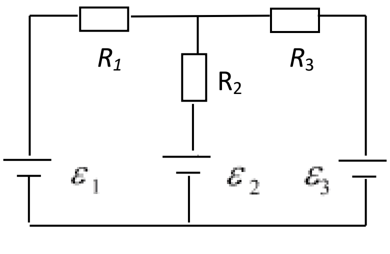

Рис. 7.2

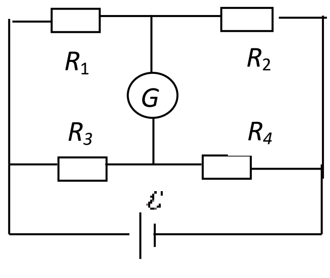

Рис.7.3

7.12. На рис. 7.3 ε=2В, R_1= 60 Ом, R_2= 40 Ом, R_3=R_4 = 20 Ом, R_G= 100 Ом. Определите силу тока I_G через гальванометр.

7.13. На рис. 7.4 ε_1 = 2,1 В, ε_2= 1,9 В, R_1=45 Ом, R_2= 10 Ом, R_3= 10 Ом. Найдите силу тока во всех участках цепи. Внутренним сопротивлением элементов пренебречь.

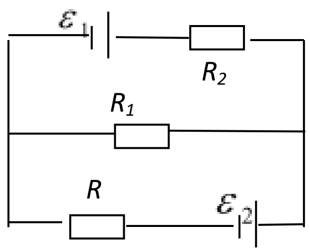

Рис. 7.4

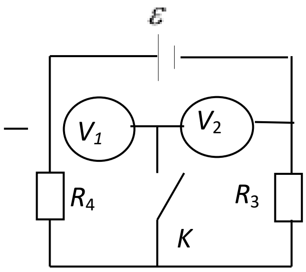

Рис. 7.5

7.14. На рис. 7.5 сопротивления вольтметров равны R_1=3000 Ом и R_2=2000 Ом; R_3=3000 Ом, R_4=2000 Ом; ε =200 В. Найдите показания вольтметров, если ключ K разомкнут. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

7.15. На рис.7.6 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ =110 В, R_1=R_2= 200 Ом, сопротивление вольтметра 1000 В. Найдите показание вольтметра. Внутренним сопротивлением источников пренебречь.

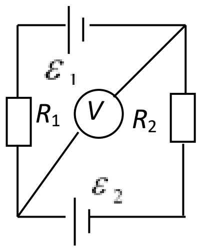

Рис. 7.6

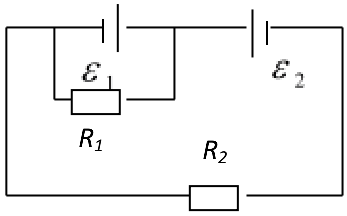

Рис. 7.7

7.16. На рис.7.7 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$= 2В, внутренние сопротивления источников равны 0,5 Ом, R_1= 0,5 Ом, R_2= 1,5 Ом. Найдите силу тока во всех участках цепи.

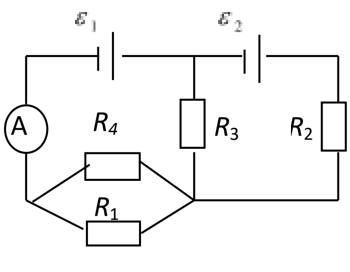

Рис. 7.8

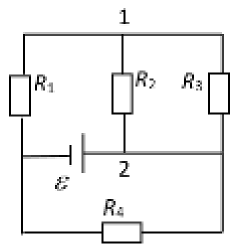

Рис.7.9

7.17. На рис.7.8 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ = 100 В, R_1= 20 Ом, R_2= 10 Ом, R_3= 40 Ом, R_4=30 Ом. Найдите показание амперметра. Внутренним сопротивлением источников и амперметра пренебречь.

7.18. В схеме на рис. 7.9 R_1=1 Ом, R_2=2 Ом, R_3=3 Ом, сила тока через источник равна 2А, разность потенциалов между точками *1* и *2* равна 2 В. Найдите сопротивление R_4.

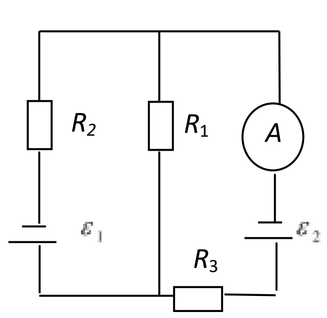

Рис. 7.10

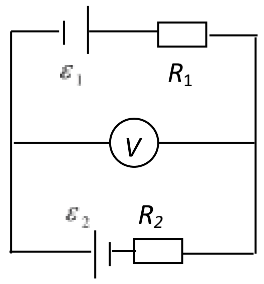

Рис. 7.11

7.19. Какую силу тока показывает амперметр на рис. 7.10, сопротивление которого R_A=500 Ом, если ε_1 =1 В, ε_2 =2 В, R_3=1500 Ом и падение напряжения на сопротивлении R_2 равно 1 В. Внутренним сопротивлением источников пренебречь.

7.20. На рис. 7.11 ε_1 =1,5 В, ε_2 =1,6 В, R_1=1 кОм, R_2=2 кОм. Определите показания вольтметра, если его сопротивление R_V=2 кОм. Сопротивлением источников пренебречь.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Справочные таблицы некоторых постоянных величин

1. Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение
Радиус Земли	$6{,}37\cdot10^{6}$м
Масса Земли	$5{,}98\cdot10^{24}$кг
Радиус Солнца	$6{,}95\cdot10^{8}$м
Масса Солнца	$1{,}98\cdot10^{30}$кг
Радиус Луны	$1{,}74\cdot10^{6}$м
Масса Луны	$7{,}33\cdot10^{22}$кг
Расстояние от центра Земли до центра Солнца	$1{,}49\cdot10^{11}$м
Расстояние от центра Земли до центра Луны	$3{,}84\cdot10^{8}$м

2. Основные физические постоянные (округленные значения)

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Ускорение свободного падения	g	9,81 м/с^2
Гравитационная постоянная	G	$6{,}67\cdot10^{-11}$м^3/(кг·с^2)
Постоянная (число) Авогадро	N_A	$6{,}02\cdot10^{23}$моль$^{-1}$
Постоянная Больцмана	k	$1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К
Электрическая постоянная	ε_0	$8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м
Универсальная газовая постоянная	R	8,31 Дж/(моль·К)
Элементарный заряд	e	$1{,}60\cdot10^{-19}$ Кл
Скорость света в вакууме	c	$3{,}00\cdot10^{8}$ м/с
Постоянная Стефана – Больцмана	σ	$5{,}67\cdot10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4)
Постоянная Вина	b	$2{,}90\cdot10^{-3}$ м·К
Постоянные Планка	h	$6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж·с;
Атомная единица массы	а.е.м.	$1{,}660\cdot10^{-27}$ кг
Масса покоя электрона	m_e	$9{,}11\cdot10^{-31}$ кг
Масса покоя протона	m_p	$1{,}672\cdot10^{-27}$ кг
Масса покоя нейтрона	m_n	$1{,}675\cdot10^{-27}$ кг

3. Плотность твердых тел

Твердое тело	Плотность, кг/м^3	Твердое тело	Плотность, кг/м^3
Алюминий	$2{,}70\cdot10^3$	Медь	$8{,}93\cdot10^3$
Барий	$3{,}50\cdot10^3$	Никель	$8{,}90\cdot10^3$
Ванадий	$6{,}02\cdot10^3$	Свинец	$11{,}3\cdot10^3$
Висмут	$9{,}80\cdot10^3$	Серебро	$10{,}5\cdot10^3$
Железо	$7{,}88\cdot10^3$	Цезий	$1{,}90\cdot10^3$
Литий	$0{,}53\cdot10^3$	Цинк	$7{,}15\cdot10^3$

4. Плотность жидкостей

Жидкость	Плотность, кг/м^3	Жидкость	Плотность, кг/м^3
Вода (при 4^0С)	$1{,}00\cdot10^3$	Сероуглерод	$1{,}26\cdot10^3$
Глицерин	$1{,}26\cdot10^3$	Керосин	$0{,}80\cdot10^3$
Ртуть	$13{,}6\cdot10^3$	Спирт	$0{,}80\cdot10^3$

5. Плотность газов (при нормальных условиях)

Газ	Плотность, кг/м^3	Газ	Плотность, кг/м^3
Водород	0,09	Гелий	0,18
Воздух	1,29	Кислород	1,43

6. Коэффициент поверхностного натяжения жидкостей

Жидкость	Коэффициент, мН/м	Жидкость	Коэффициент, мН/м
Вода	72	Ртуть	500
Мыльная пена	40	Спирт	22

7. Диэлектрическая проницаемость

Вещество	Проницаемость	Вещество	Проницаемость
Керосин	2,0	Полиэтилен	2,3
Парафин	2,0	Стекло	6,0

8. Эффективный диаметр молекулы

Газ	Диаметр, м	Газ	Диаметр, м
Азот	$3{,}0 \cdot 10^{-10}$	Гелий	$1{,}9 \cdot 10^{-10}$
Водород	$2{,}3 \cdot 10^{-10}$	Кислород	$2{,}7 \cdot 10^{-10}$

9. Удельное сопротивление металлов

Металл	Удельное сопротив-ление, нОм·м	Металл	Удельное сопротив-ление, нОм·м
Медь	17	Нихром	1100
Алюминий	26	Серебро	16

10. Множители и приставки для преобразования десятичных кратных и дольных единиц и их наименований

Множитель	Приставка		Пример		Множитель	Приставка		Пример	
	Наименование	Обозначение				Наименование	Обозначение		
10^{18}	экса	Э	эксаметр	Эм	10^{-1}	деци	д	дециметр	дм
10^{15}	пета	П	петагерц	ПГц	10^{-2}	санти	с	сантиметр	см
10^{12}	тера	Т	тераджоуль	ТДж	10^{-3}	милли	м	миллиампер	мА
10^{9}	гига	Г	гиганьютон	ГН	10^{-6}	микро	мк	микровольт	мкВ
10^{6}	мега	М	мегаом	МОм	10^{-9}	нано	н	наносекунда	нс
10^{3}	кило	к	километр	км	10^{-12}	пико	п	пикофарад	пФ
10^{2}	гекто	г	гектоватт	гВт	10^{-15}	фемто	ф	фемтограмм	фг
10^{1}	дека	да	декалитр	дал	10^{-18}	атто	а	аттокулон	аКл

Литература

1. Физика. Задания для аудиторных практических занятий и самостоятельной работы студентов, часть 1: Механика. Молекулярная физика и термодинамика. – Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ, 2011.

2. Физика. Задания для аудиторных практических занятий и самостоятельной работы студентов, часть 2: Электричество и магнетизм. –Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ, 2012.

Содержание